



# Amélioration des performances d'un système MIMO par l'exploitation des propriétés des signaux de télécommunication

Yuehua Ding

## ► To cite this version:

Yuehua Ding. Amélioration des performances d'un système MIMO par l'exploitation des propriétés des signaux de télécommunication. Electronique. UNIVERSITE DE NANTES, 2011. Français. NNT : ED503-141 . tel-01105051

**HAL Id: tel-01105051**

**<https://hal.science/tel-01105051>**

Submitted on 19 Jan 2015

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Public Domain

UNIVERSITÉ DE NANTES  
Ecole polytechnique de l'université de Nantes

---

ÉCOLE DOCTORALE  
SCIENCES ET TECHNOLOGIES DE L'INFORMATION  
ET MATHÉMATIQUES

Année 2011

N° attribué par la bibliothèque

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**AMÉLIORATION DES PERFORMANCES  
D'UN SYSTÈME MIMO  
PAR L'EXPLOITATION DES PROPRIÉTÉS  
DES SIGNAUX DE TÉLÉCOMMUNICATION**

---

THÈSE DE DOCTORAT  
Discipline - Spécialité : Electronique

*Présentée  
et soutenue publiquement par*

**Yuehua DING**

*le 14 octobre 2011, devant le jury ci-dessous*

Président	Gilles BUREL, Professeur, LabSTICC, Université de Bretagne Occidentale
Rapporteurs	Jean-Pierre CANCES, Professeur, XLIM, Université de Limoges Maryline HELARD, Professeur, IETR, INSA Rennes
Examineurs	Guillaume ANDRIEUX, Maître de Conférences, IREENA, IUT La Roche s/Yon Jean-Pierre BARBOT, Maître de Conférences, SATIE, ENS Cachan Jean-François DIOURIS, Professeur, IREENA, Polytech'Nantes Yide WANG, Professeur, IREENA, Polytech'Nantes

*Directeurs de thèse : Yide WANG – Jean-François DIOURIS  
Laboratoire IREENA EA1770*

ED 503-141



## Remerciements

*À mes parents*

En premier lieu, je tiens à remercier mes directeurs de thèse : Monsieur le professeur Yide WANG et Monsieur le professeur Jean-François DIOURIS, pour m'avoir proposé cette étude intéressante ainsi pour les encadrements avisés dont j'ai bénéficié et la confiance qu'ils m'ont témoigné.

J'exprime ma gratitude envers Monsieur S. TOUTAIN et Monsieur Joseph SAILLARD, anciens directeurs du laboratoire IREENA au sein duquel cette thèse a été effectuée.

Parmi les nombreuses personnes du laboratoire, j'aimerais remercier Sandrine, secrétaire toujours agréable et disponible pour tout renseignement et toute aide administrative, et Marc, pour son assistance lors du montage de manipulations.

J'associe à mes remerciements à tout le personnel du laboratoire pour les discussions enrichissantes qu'elles soient scientifiques ou non. Je pense en particulier à mes collègues de salle ou bureau : Ahmad, Bruno, Siamak, Atef, Joe, Laid, Hassan. Je tiens à remercier mes compatriotes : Hongyang, Biyun, Haitao, Jiazi, Minyan, Lijun, Zhujie, Baobao, Bangge, Happy, Chuanlin, Kunshu, Jingtao, Xiaotao, Fengjie, Wenzi, Yuwei, Xiehui, Jingzi et Zhangyu pour des moments inoubliables pendant ces trois ans.

Enfin, je tiens mes remerciements à CSC (China Scholarship Council) qui fournit le financement de ma thèse. J'aimerais remercier toutes les personnes qui, de près ou de loin, m'ont permis de passer des moments agréables.



# Table des matières

<b>Notations</b>	<b>1</b>
<b>Introduction générale</b>	<b>5</b>
<b>1 Détection pour un système MIMO</b>	<b>11</b>
1.1 Système MIMO et son modèle mathématique . . . . .	11
1.2 Capacité d'un système MIMO . . . . .	12
1.3 Problèmes à résoudre dans le système MIMO . . . . .	14
1.4 Détecteurs heuristiques . . . . .	17
1.5 La méthode exacte . . . . .	20
1.6 Conclusion . . . . .	28
<b>2 Détecteur pour signaux non-circulaires</b>	<b>31</b>
2.1 Signaux non-circulaires et non-circularité . . . . .	31
2.2 Critères pour la détection MIMO . . . . .	32
2.3 Les algorithmes proposés . . . . .	32
2.3.1 Cas d'un signal réel . . . . .	34
2.3.2 Détecteur ZF étendu (Extended ZF, EZF) pour un signal réel	34
2.3.3 Détecteur EMMSE pour le signal réel . . . . .	34
2.4 Annulations successives ordonnées d'interférences (OSIC) . . . . .	36
2.5 Analyse de performance . . . . .	36
2.6 Discussion sur l'optimalité . . . . .	41
2.7 Complexité de calcul . . . . .	43
2.8 Résultats de simulation . . . . .	44
2.9 Extension au signal QPSK . . . . .	45
2.10 Conclusion . . . . .	55
<b>3 Détecteur pour signaux circulaires</b>	<b>57</b>
3.1 Limitation d'EMMSE et motivation . . . . .	57
3.2 Algorithme proposé : détecteur basé sur le traitement linéaire au sens large . . . . .	58
3.2.1 L'évaluation de $\Delta_I$ . . . . .	60
3.2.2 Signaux $M$ -QAM . . . . .	62
3.2.3 Signal QPSK (4-QAM) . . . . .	63
3.2.4 Calcul du vecteur candidat . . . . .	63
3.3 L'analyse analytique de performance . . . . .	64
3.4 Complexité du calcul . . . . .	65
3.5 Résultats de simulation . . . . .	66
3.6 Conclusion . . . . .	68

<b>4 Ordonnancement robuste pour le décodage sphérique à complexité fixée</b>	<b>71</b>
4.1 Motivation . . . . .	71
4.2 FSD robuste (Robust Fixed-complexity Sphere Decoder, RFSD) . . .	72
4.2.1 RFSD sans information à priori du bruit (RFSD-ZF) . . . . .	72
4.2.2 RFSD-ZF simplifié (SRFSD-ZF) . . . . .	76
4.2.3 RFSD lorsque l'information sur le bruit est connue (RFSD-MMSE) . . . . .	80
4.2.4 RFSD-MMSE simplifié (SRFSD-MMSE) . . . . .	83
4.3 Résultats de simulation . . . . .	85
4.4 Conclusion . . . . .	86
<b>5 Détecteur exploitant conjointement des propriétés du signal et du canal</b>	<b>91</b>
5.1 Motivation . . . . .	91
5.2 Stratégie d'expansion proposée . . . . .	95
5.3 PE basée sur le traitement linéaire au sens large . . . . .	97
5.4 Calcul de vecteurs candidats et analyse des performances . . . . .	98
5.5 Analyse de complexité . . . . .	98
5.6 Réalisation et Simulations . . . . .	100
5.7 Conclusion . . . . .	104
<b>Conclusion générale et travaux futurs</b>	<b>107</b>
<b>A Démonstration pour l'équivalence entre minimisation de <math>\ \hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x}\ </math> et maximisation le SINR</b>	<b>111</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>115</b>

# Table des figures

1.1	Schéma général d'un système MIMO . . . . .	12
1.2	Décomposition de système MIMO en plusieurs canaux SISO parallèles	14
1.3	Exemple : l'arbre généré par la recherche de décodage sphérique ( $N_T=2$ , QPSK) . . . . .	25
1.4	Exemple : l'arbre généré par la recherche de décodage sphérique à complexité fixée (QPSK, $p = 2$ ) . . . . .	27
2.1	Comparaisons des performances . . . . .	45
2.2	Comparaison de l'erreur quadratique moyenne entre ZF et EZF (SISO)	46
2.3	Comparaison de l'erreur quadratique moyenne entre ZF et EZF (MIMO)	46
2.4	Comparaison de l'erreur quadratique moyenne entre MMSE et EMMSE	47
2.5	Comparaison des performances du système $2 \times 2$ . . . . .	47
2.6	Constellation QPSK . . . . .	50
2.7	Comparaison des performances basées sur un système QPSK, $N_T =$ $N_R = 3$ . . . . .	53
2.8	Comparaison des performances basées sur un système QPSK, $N_T =$ $3, N_R = 4$ . . . . .	54
2.9	Comparaison des performances basées sur un système QPSK, $N_T =$ $N_R = 4$ . . . . .	54
3.1	Comparaison des bornes supérieures de complexité entre FSD ( $M^{\sqrt{N_T}}$ ) et l'algorithme proposé . . . . .	66
3.2	Comparaison de la complexité entre FSD ( $1, \dots, M$ ) et l'algorithme proposé ( $L = 2$ , ou $L=3$ ) . . . . .	67
3.3	Comparaison des performances (QPSK, $N_T = N_R = 2$ ) . . . . .	68
3.4	Comparaison des performances (QPSK, $N_T = N_R = 3$ ) . . . . .	69
3.5	Comparaisons des performances (16QAM, $N_T = 3, N_R = 4$ ) . . . . .	69
3.6	Comparaison des performances (64QAM, $N_T = 4, N_R = 5$ ) . . . . .	70
4.1	L'arbre généré par la recherche de FSD(1, 1, 1, 4) (QPSK, $N_T =$ $4, p = 1$ ) . . . . .	72
4.2	Comparaison des performances (QPSK, $N_T = N_R = 6$ ) . . . . .	87
4.3	Détérioration de FSD et robustesse de RFSD ( $N_T = 5, N_R = 4$ ) . . .	87
4.4	Performances de RFSD et SRFSD (QPSK, $N_T = 4, N_R = 4$ ) . . . . .	88
4.5	Performances de RFSD et SRFSD ( $N_T = 5, N_R = 4$ ) . . . . .	88
4.6	Comparaison des Complexités (QPSK, $N_T = 5, N_R = 4$ ) . . . . .	89
4.7	Comparaison des Complexités (16QAM, $N_T = 5, N_R = 4$ ) . . . . .	89
5.1	SE, PE et FE (M-QAM, $N_T = 4, p = 1$ ) . . . . .	92
5.2	Pourcentage de $\Phi_{N_T k}$ . . . . .	94



---

5.3	Les moyennes des coefficients d'amplification de bruits ( $4 \times 4$ , 16QAM)	94
5.4	Comparaison des performances ( $4 \times 4$ , $K = 2$ ) . . . . .	100
5.5	Comparaison des complexités ( $4 \times 4$ , $K = 2$ ) . . . . .	101
5.6	Comparaison des performances ( $K = 3$ pour $8 \times 8$ , $K = 2$ pour $5 \times$ 5, $K = 1$ pour $2 \times 2$ ) . . . . .	101
5.7	Comparaison des complexités ( $K = 2$ pour $5 \times 5$ , $K = 1$ pour $2 \times 2$ )	102
5.8	Comparaison des complexités ( $K = 3$ pour $8 \times 8$ ) . . . . .	102

# Notations

---

## Variable

$\mathbf{I}$	matrice identité
$\sigma^2$	puissance du bruit
$N_T$	nombre d'antennes à l'émission
$N_R$	nombre d'antennes à la réception
$P$	puissance de transmission pour chaque antenne

## Opérateurs

$(\cdot)^*$	conjugué de $(\cdot)$
$(\cdot)^T$	transposé de $(\cdot)$
$(\cdot)^H$	transposé-conjugué de $(\cdot)$
$tr(\cdot)$	trace de $(\cdot)$
$\Re(\cdot)$	partie réelle de $(\cdot)$
$\Im(\cdot)$	partie imaginaire de $(\cdot)$
$\ \cdot\ $	norme de Frobenius de $(\cdot)$
$E[\cdot]$	espérance mathématique de $(\cdot)$
$Q(\cdot)$	opération slice sur $(\cdot)$

## Abréviations

<b>AES</b>	<i>Adaptive Expansion Strategy</i>
------------	------------------------------------

---

<b>AM</b>	<i>Amplitude Modulation</i>
<b>ASK</b>	<i>Amplitude Shift Keying</i>
<b>BER</b>	<i>Bit Error Rate</i>
<b>BPSK</b>	<i>Binary Phase Shift Keying</i>
<b>CDMA</b>	<i>Code Division Multiple Access</i>
<b>EMMSE</b>	<i>Extended Minimum Mean Square Error</i>
<b>EZF</b>	<i>Extended Zero Forcing</i>
<b>FDM</b>	<i>Frequency Division Multiplexing</i>
<b>FE</b>	<i>Full Expansion</i>
<b>FSD</b>	<i>Fixed-complexity Sphere Decoder</i>
<b>FSD-MMSE</b>	<i>Fixed-complexity Sphere Decoder based on Minimum Mean Square Error</i>
<b>FSD-ZF</b>	<i>Fixed-complexity Sphere Decoder based on Zero Forcing</i>
<b>GMSK</b>	<i>Gaussian Minimum Shift Keying</i>
<b>LTE</b>	<i>Long Term Evolution</i>
<b>MIMO</b>	<i>Multiple Input Multiple Output</i>
<b>MISO</b>	<i>Multiple Input Single Output</i>
<b>ML</b>	<i>Maximum Likelihood</i>
<b>MMSE</b>	<i>Minimum Mean Square Error</i>
<b>MRC</b>	<i>Maximum Ratio Combining</i>
<b>MSK</b>	<i>Minimum Shift Keying</i>
<b>OFDM</b>	<i>Orthogonal Frequency Division Multiplexing</i>
<b>OQAM</b>	<i>Offset Quadrature Amplitude Modulation</i>
<b>OSIC</b>	<i>Ordered Successive Interference Canceling</i>
<b>PAM</b>	<i>Pulse Amplitude Modulation</i>
<b>PSK</b>	<i>Phase Shift Keying</i>
<b>QAM</b>	<i>Quadrature Amplitude Modulation</i>
<b>QPSK</b>	<i>Quadrature Phase Shift Keying</i>
<b>RFSD</b>	<i>Robust Fixed-complexity Sphere Decoder</i>
<b>RFSD-ZF</b>	<i>Robust Fixed-complexity Sphere Decoder based on Zero Forcing</i>
<b>RFSD-MMSE</b>	<i>Robust Fixed-complexity Sphere Decoder based on Minimum</i>

---

*Mean Square Error*

**SAES**      *Simplified Adaptive Expansion Strategy*

**SER**      *Symbol Error Rate*

**SD**      *Sphere Decoder*

**SE**      *Single Expansion*

**SIMO**      *Single Input Multiple Output*

**SISO**      *Single Input Single Output*

**SNR**      *Signal to Noise Ratio*

**SRFSD**      *Simplified Robust Fixed-complexity Sphere Decoder*

**SRFSD-ZF**      *Simplified Robust Fixed-complexity Sphere Decoder based on  
Zero Forcing*

**SRFSD-MMSE**      *Simplified Robust Fixed-complexity Sphere Decoder based  
on Minimum Mean Square Error*

**SVD**      *Singular Value Decomposition*

**TDM**      *Time Division Multiplexing*

**V-BLAST**      *Vertical-Bell-Laboratories-Layered-Space-Time*

**ZF**      *Zero Forcing*

**ZMCSCG**      *Zero Mean Circularly Symmetric Complex Gaussian*

**1G**      *1-st Generation*

**2G**      *2-nd Generation*

**3G**      *3-rd Generation*

**4G**      *4-th Generation*



# Introduction générale

---

## Contexte et motivations

L'ère de la radio a commencé par l'invention de Marconi, la radiotélégraphie, il y a seulement un peu plus de cent ans. Beaucoup de progrès ont été faits pendant ce siècle. Dans les deux dernières décennies, les communications mobiles sans fil sont déjà passées par trois générations. Chaque génération est marquée par une évolution technologique importante.

Au début des années 1980, les réseaux cellulaires publics ont été créés pour fournir des services de téléphonie vocale pour les abonnés mobiles sur une vaste zone. Ces systèmes ont constitué la première génération analogique, sur la base de technologies de multiplexage par répartition en fréquence (FDM).

Dix ans après, la deuxième génération (2G), a introduit les techniques de transmission numérique et le multiplexage par répartition dans le temps (TDM), afin de fournir une communication plus fiable et des services de voix, télécopie et message. En raison de la demande croissante pour une variété de services, comme l'accès à l'Internet à haute vitesse, et aux images et à la vidéo, la troisième génération (3G) des systèmes sans fil, basée sur les technologies de multiplexage par répartition en code, a été déployée au début des années 2000.

La recherche dans le domaine des radiocommunications est, de nos jours, en train d'exploser. Ce formidable élan de l'application et de la recherche reflète la demande croissante de débits plus élevés et de services de meilleure qualité et de l'augmentation du nombre d'abonnés aux services de téléphonie mobile. La demande en termes de débits de données augmente vite en raison de nouveaux services multimédia nécessitant une meilleure qualité de service. Mais le réseau sans fil ne peut pas toujours fournir à tous les utilisateurs des liens de qualité acceptable, car la ressource de fréquence disponible est limitée. Il est nécessaire de proposer de nouvelles techniques

pour augmenter la capacité du canal de transmission sans fil. Les techniques actuelles fonctionnant sur les schémas de modulation et de codage adaptés mettent en œuvre une transmission point à point. Ces techniques permettent d'approcher presque la limite théorique de Shannon. Cependant, elles ne peuvent pas atteindre l'efficacité spectrale demandée par les systèmes présents et futurs. La technologie MIMO optimise l'efficacité spectrale par l'utilisation des plusieurs antennes à l'émission et à la réception. Les communications MIMO permettent donc d'augmenter la capacité importante et une haute efficacité spectrale en utilisant la même bande de fréquences. Par conséquent, les communications MIMO peuvent améliorer l'efficacité spectrale sans ressource fréquentielle supplémentaire. MIMO, intégrée au LTE (Long Term Evolution), est ainsi considérée comme une des techniques candidates pour la quatrième génération (4G) des systèmes sans fil.

Bien que le système MIMO possède des avantages attractifs, certains défis sont encore à relever, par exemple, l'allocation de puissance, l'estimation de canaux, la détection, etc. Dans cette thèse, nous nous concentrons sur la détection dans le système MIMO. Théoriquement, le détecteur optimal est donné par la méthode du maximum de vraisemblance (Maximum Likelihood detector, ML detector). Le détecteur ML exécute une recherche exhaustive sur tous les vecteurs candidats possibles. Il possède une complexité exponentielle. Les méthodes simplifiées avec faible complexité fournissent souvent de mauvaises performances. On peut citer par exemple, la méthode de forçage à zéro (Zero forcing, ZF), l'algorithme de minimisation d'erreur quadratique moyenne (Mean Minimum Square Error, MMSE), ou l'annulation des interférences successives et ordonnées (Ordered Successive Interference Cancellation, OSIC) etc. Même si le décodage sphérique (Sphere Decoder, SD) peut simplifier la méthode ML sans perte de performance, sa complexité est variable et reste importante. Dans ce mémoire de thèse, la détection dans le système MIMO est étudiée et améliorée par l'exploitation des propriétés des signaux et des canaux.

---

## Contribution et présentation de la thèse

Les contributions principales de cette thèse consistent au développement de plusieurs techniques originales permettant d'améliorer les performances de la détection de système MIMO par l'exploitation des propriétés des signaux transmis (chapitre 2 et 3), l'exploitation des propriétés des canaux (chapitre 4) et l'exploitation conjointe des propriétés des signaux et des canaux (chapitre 5). De plus, les performances de méthodes proposées sont également analysées. Ce mémoire de thèse est organisé en cinq chapitres.

Dans le premier chapitre, nous présentons brièvement le système MIMO. Ensuite, nous détaillons les problèmes à résoudre afin de présenter la problématique pour la détection MIMO, puis nous présentons de nombreux détecteurs traditionnels et classiques. Leurs caractéristiques sont analysées. Les contributions, c'est-à-dire, les algorithmes pour la détection MIMO, sont proposés dans les chapitres qui suivent.

Le second chapitre propose une technique de détection spécifique pour les signaux non circulaires, en exploitant la non circularité du signal transmis. Dans ce chapitre, nous décrivons d'abord la propriété non-circulaire du signal. Si le signal transmis est non-circulaire, nous pouvons exploiter l'information contenue dans la version conjuguée de signal reçu. La technique proposée peut fournir plus de degrés de liberté en exploitant la non circularité du signal transmis. À la fin de ce chapitre, la méthode est étendue au signal QPSK.

Dans le troisième chapitre, un détecteur basé sur le traitement linéaire au sens large est proposé pour les signaux circulaires, comme QPSK, QAM, etc. Pour un signal circulaire, la méthode proposée dans le second chapitre n'est plus efficace. Notre tâche dans ce chapitre est de rendre le signal reçu non-circulaire artificiellement. Par conséquent, la méthode proposée dans le second chapitre reste applicable après cette opération.



Dans le quatrième chapitre, nous proposons un décodage sphérique qui est à la fois robuste à la configuration d'antennes et possède une complexité fixée. Dans un premier temps, nous présentons l'algorithme de décodage sphérique à complexité fixée (Fixed Complexity Sphere Decoder, FSD) en détail. Le FSD n'est pas applicable dans le cas où l'émetteur possède plus d'antennes que le récepteur. Le but de ce chapitre est de proposer un algorithme robuste à la configuration d'antennes. On peut dire que, les chapitre 2 et 3 sont basés sur l'exploitation des propriétés du signal, et ce chapitre, exploite les propriétés des canaux.

Dans le cinquième chapitre, une technique adaptative est proposée en exploitant conjointement les propriétés du signal transmis et des canaux. OSIC ou FSD utilise une stratégie d'expansion unique. Mais en réalité, la condition de canaux est variable. Pour des canaux présentant de bonnes conditions, OSIC suffit pour obtenir d'excellentes performances, FSD est redondant ; par contre, pour des canaux présentant de mauvaises conditions, OSIC est insuffisant, et FSD est un bon choix. Le but de ce chapitre est donc d'étudier un algorithme adaptatif qui peut choisir une stratégie propre d'expansion en fonction de la condition des canaux.

Enfin, nous terminons ce mémoire par une conclusion générale dans laquelle un bilan ainsi que des perspectives de recherche sont présentés.

## Publications

### Revues

- Y. DING, Y. WANG, J. F. DIOURIS : “*Efficient detection algorithms for MIMO systems by exploiting the non-circularity of transmitted signal source*”, **IET signal processing**, 2011, vol. 5, issue 2, pp. 180-186.

- Y. DING, Y. WANG, J. F. DIOURIS : “*Robust fixed-complexity sphere decoder*”, **IEEE trans. Vehicular Technology**. (en préparation)

◦ Y. DING, Y. WANG, J. F. DIOURIS : “*Performance improvement in MIMO systems by exploitation of signal properties : from BPSK to QAM*”, **IEEE trans. Signal Processing**. (en préparation)

### Conférences internationales

• Y. DING, Y. WANG, J. F. DIOURIS : “*Widely linear detector for QAM MIMO system*”, **EUSIPCO 2010**, 23-27 Août 2010, Aalborg, Danemark.

• Y. DING, Y. WANG, J. F. DIOURIS : “*Robust fixed complexity sphere decoder*”, **Globecom2010**, 6-10 Décembre 2010, Miami, Floride, USA

• Y. DING, Y. WANG, J. F. DIOURIS : “*Adaptive MIMO detection algorithm by jointly exploiting the properties of signal and channel*”, **ICASSP2011**, 22-27 Mai 2011, Prague, Rép. Tchèque.

• Y. DING, Y. WANG, J. F. DIOURIS : “*Simplified robust fixed complexity sphere decoder*”, **EUSIPCO 2011**, 29 Août - 02 septembre 2011, Barcelona, Spain.



# Détection pour un système MIMO

---

## 1.1 Système MIMO et son modèle mathématique

MIMO est un acronyme en anglais. Son nom complet est Multiple Input Multiple Output. Il signifie que le système comporte plusieurs antennes à l'émission et à la réception. Considérons un système MIMO possédant  $N_T$  antennes à l'émission et  $N_R$  antennes à la réception, son modèle mathématique s'exprime comme suit [Foschini 1996], [Foschini 1998] :

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{w} \quad (1.1)$$

où  $\mathbf{y} = [y_1, y_2, \dots, y_{N_R}]^T$  est le vecteur du signal reçu par les antennes à la réception,  $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_{N_T}]^T$  est le vecteur du signal transmis par les antennes à l'émission et  $\mathbf{w} = [w_1, w_2, \dots, w_{N_R}]^T$  est le vecteur du bruit additif.  $\mathbf{H}$  est une matrice de dimension  $N_R \times N_T$ , elle représente les gains des canaux non sélectifs en fréquence.  $\mathbf{H}$  s'écrit de la façon suivante :

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_{11} & \dots & h_{1N_T} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{N_R1} & \dots & h_{N_R N_T} \end{bmatrix} \quad (1.2)$$

La figure 1.1 illustre la structure d'un système MIMO.  $y_j$  représente le signal reçu à chaque instant sur la  $j$ -ième antenne de réception et représente la somme des  $N_T$  symboles déformés et bruités, transmis par les antennes à l'émission :

$$y_j = \sum_{i=1}^{N_T} h_{ji}x_i + w_j \quad (1.3)$$

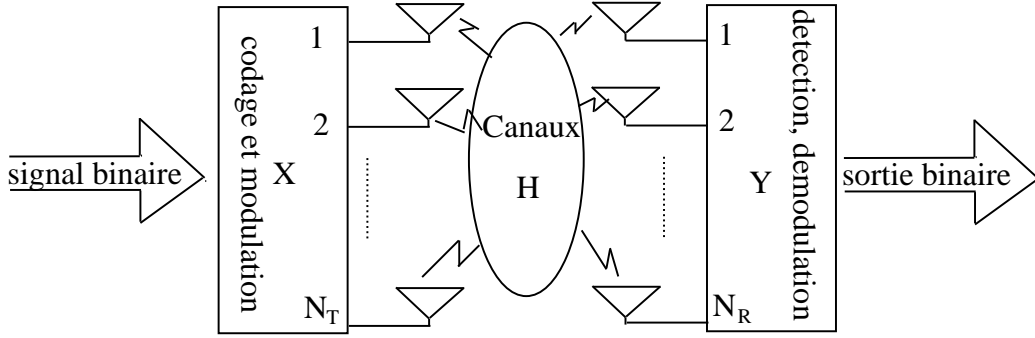


FIGURE 1.1 – Schéma général d'un système MIMO

où  $h_{ji}$  est l'élément de la matrice  $\mathbf{H}$  à la  $i$ -ième colonne et  $j$ -ième ligne, qui représente le gain du canal non sélectif en fréquence entre l'antenne  $i$  à l'émission et l'antenne  $j$  à la réception.

## 1.2 Capacité d'un système MIMO

Considérons le modèle (1.1), nous supposons d'autre part que les canaux sont parfaitement connus par le transmetteur. La décomposition en valeurs singulières (SVD) de la matrice de canaux  $\mathbf{H}$  est donnée par

$$\mathbf{H} = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^H \quad (1.4)$$

où  $\mathbf{U}$  et  $\mathbf{V}$  sont les matrices unitaires,  $\mathbf{\Sigma}$  est une matrice diagonale, qui s'écrit :

$$\mathbf{\Sigma} = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{N_T}, 0, \dots, 0) \quad (1.5)$$

où il est supposé que  $N_T \leq N_R$ . Afin de faire l'analyse, nous supposons que le vecteur du bruit  $\mathbf{w}$  est aléatoire ZMCSCG (Zero Mean Circularly Symmetric Complex Gaussian) [D.Tse 2007]. Par conséquent, le modèle mathématique peut s'écrire :

$$\mathbf{y} = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^H \mathbf{x} + \mathbf{w} \quad (1.6)$$

Un nouveau système équivalent peut alors être obtenu :

$$\mathbf{U}^H \mathbf{y} = \mathbf{\Sigma} \mathbf{V}^H \mathbf{x} + \mathbf{U}^H \mathbf{w} \quad (1.7)$$

Définissons les symboles  $\tilde{\mathbf{y}}$ ,  $\tilde{\mathbf{x}}$ , et  $\tilde{\mathbf{w}}$  par

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{y}} &= \mathbf{U}^H \mathbf{y} \\ \tilde{\mathbf{x}} &= \mathbf{V}^H \mathbf{x} \\ \tilde{\mathbf{w}} &= \mathbf{U}^H \mathbf{w} \end{aligned} \quad (1.8)$$

L'équation (1.7) est transformée sous la forme suivante :

$$\tilde{\mathbf{y}} = \mathbf{\Sigma} \tilde{\mathbf{x}} + \tilde{\mathbf{w}} \quad (1.9)$$

Il est nécessaire d'expliquer la transformation  $\tilde{\mathbf{w}} = \mathbf{U}^H \mathbf{w}$ . Les équations dans (1.8) sont des transformations unitaires et le vecteur du bruit  $\mathbf{w}$  étant aléatoire ZMCSCG, d'après cette propriété,  $\tilde{\mathbf{w}}$  l'est aussi [D.Tse 2007]. En outre, les puissances des  $\mathbf{y}$  et  $\mathbf{x}$  sont préservées pendant les transformations unitaires. Puisque

$$\tilde{\mathbf{y}}^H \tilde{\mathbf{y}} = \mathbf{y}^H \mathbf{U} \mathbf{U}^H \mathbf{y} = \mathbf{y}^H \mathbf{y} \quad (1.10)$$

Le même principe de conservation des puissances reste vrai pour les signaux  $\mathbf{x}$  et  $\mathbf{w}$  :

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{x}}^H \tilde{\mathbf{x}} &= \mathbf{x}^H \mathbf{x} \\ \tilde{\mathbf{w}}^H \tilde{\mathbf{w}} &= \mathbf{w}^H \mathbf{w} \end{aligned} \quad (1.11)$$

Les canaux MIMO, d'après l'équation (1.9), sont décomposés en plusieurs sous canaux parallèles. En effet, un système MIMO peut être considéré comme la somme de plusieurs systèmes SISO. Le principe de la décomposition SVD est illustré sur la figure 1.2. La capacité de chaque sous-canal SISO est donnée par la formule de Shannon [Shannon 1948] :

$$C_i = \log\left(1 + \frac{P_i \lambda_i^2}{\sigma^2}\right) \quad (1.12)$$

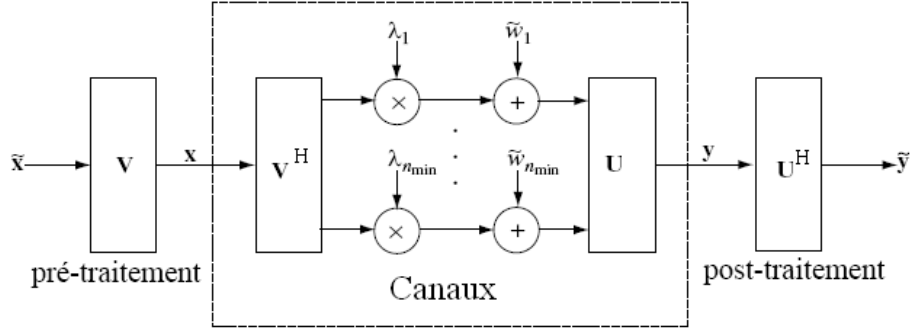


FIGURE 1.2 – Décomposition de système MIMO en plusieurs canaux SISO parallèles

où  $P_i$  est la puissance distribuée sur le  $i$ -ième sous-canal SISO. La capacité des canaux MIMO égale la somme de tous les sous-canaux SISO parallèles. Elle s'écrit comme suit :

$$C = \sum_{i=1}^{N_T} \log\left(1 + \frac{P_i \lambda_i^2}{\sigma^2}\right) \quad (1.13)$$

On peut conclure que la capacité de système MIMO augmente linéairement avec  $N_T$  et plus généralement avec  $\min(N_T, N_R)$  [Foschini 1996], [Foschini 1998].

### 1.3 Problèmes à résoudre dans le système MIMO

Même si la technologie MIMO a beaucoup d'avantages sur les technologies traditionnelles, il est nécessaire de résoudre les problèmes suivants pour qu'elle fonctionne correctement :

1. Afin d'obtenir une capacité approchant la limite théorique, il est nécessaire de proposer une stratégie efficace pour l'allocation de puissance ;
2. A la réception, le signal reçu est bruité. Des algorithmes possédant de bonnes performances sont requis pour restituer le vrai signal ;
3. Il faut avoir la connaissance des canaux MIMO avant l'allocation de puissance à l'émission et pour la détection du signal à la réception.

### Allocation de puissance

D'après la formule de Shannon (1.12), la capacité augmente avec la puissance. Mais la puissance ne peut pas augmenter sans limite. En particulier, dans un système contenant plusieurs sous-canaux SISO équivalents, un problème intéressant est de maximiser la capacité totale sous une contrainte de puissance émise fixe. Le problème s'écrit de la façon suivante : [Telatar 1995] :

$$\left\{ \begin{array}{l} \max \sum_{n=1}^{N_T} C_n \\ \text{such that } \sum_{n=1}^{N_T} P_n = P \\ P_n \geq 0, n = 1, 2, \dots, N_T \end{array} \right. \quad (1.14)$$

La solution de ce problème est donnée par l'algorithme "water-filling". À l'inverse, un autre problème d'optimisation apparaît si on échange la fonction objectif et la contrainte. On obtient alors une minimisation de la puissance émise pour une capacité donnée. Le problème s'écrit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{minimize } \sum_{n=1}^{N_T} P_n \\ \text{such that } \sum_{n=1}^{N_T} C_n = C \\ C_n \in \mathbb{Z}, C_n \geq 0, n = 1, 2, \dots, N_T. \end{array} \right. \quad (1.15)$$

ce problème est discuté par J. Campello [J.Campello 1998].

### Estimation de canal

L'estimation du canal est un point clé pour les performances d'un système MIMO, parce que, aussi bien la transmission que la réception, ont besoin de la connaissance de canaux afin d'optimiser l'allocation de puissance et la détection. Par rapport au canal SISO, l'estimation des canaux MIMO est plus difficile car il y a plus de paramètres à estimer. L'estimation des canaux nécessite en général des symboles pilotes qui réduisent l'énergie utile transmise et l'efficacité spectrale [I.Barhumi 2003] [Negi 1998] [Ohno 2001]. Pour un système MIMO-OFDM, la mé-



thode la plus connue consiste à utiliser des symboles pilotes pour estimer le canal au sens du critère des moindres carrés. En raison de la diminution de l'efficacité spectrale, l'estimation aveugle [Zhou 2001], [Bölcskei 2002] des canaux est aussi un domaine de recherche important. La majorité des techniques aveugles exploite les propriétés du signal comme la cyclostationnarité et on peut obtenir la connaissance des canaux sans insertion de symboles connus. Mais elles nécessitent plus de temps de calcul que les approches avec pilotes. Actuellement, les méthodes avec symboles pilotes s'emploient plus couramment que l'estimation aveugle.

### Algorithmes de détection à la réception

Les performances du détecteur à la réception affectent directement les performances globales du système. C'est donc un facteur important pour le système MIMO. Nous nous concentrons sur la détection MIMO dans cette thèse.

A la réception, le détecteur fait une estimation des symboles transmis. Le détecteur optimal minimise la probabilité moyenne d'erreur. Ceci est réalisé par l'algorithme du maximum de vraisemblance qui effectue l'optimisation non linéaire suivante :

$$\min_{\mathbf{s} \in C^{N_T}} \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{s}\|^2 \quad (1.16)$$

où  $C$  représente la constellation utilisée (e.g. BPSK, QPSK, M-QAM etc.).  $C^{N_T}$  est le treillis complexe à  $N_T$ -dimension, engendré par la constellation  $C$ .  $\mathbf{H}\mathbf{s}$  est un point dans le treillis complexe à  $N_R$ -dimension, engendré par la matrice génératrice  $\mathbf{H}$ . Le problème (1.16) est équivalent à trouver le point le plus proche de  $\mathbf{y}$  dans le treillis engendré par  $\mathbf{H}$ . C'est un problème des moindres carrés non linéaires parce que les points dans la constellation sont discrets. Le problème (1.16) est connu pour avoir une complexité exponentielle dans le pire cas [Groetschel 1993] et en moyenne [Ajtai 1998]. Dans tous les cas, il nécessite beaucoup de temps de calcul pour trouver une solution exacte, en faisant une recherche exhaustive. Ainsi, beaucoup d'efforts [Hassibi 2005], [Lee 2007], [Chevalier 2007], [P. 2006], [M. 2004], [Bahng 2007], [Huang 2005], [Tüchler 2002], [Jia 2006], [Tseng 2005], [Persson 2011] ont été faits afin d'obtenir un détecteur qui réduit le temps de calcul avec des

performances acceptables. Ces efforts se focalisent sur les deux aspects suivants [H. 2006] :

1. La méthode heuristique, c'est une méthode approximative, mais elle peut fournir des solutions à faible complexité.
2. La méthode exacte, elle permet d'obtenir de très bonnes performances plus rapidement que la recherche exhaustive.

## 1.4 Détecteurs heuristiques

### Détecteur par forçage à zéro (Le détecteur ZF)

C'est généralement N-P difficile ((Non-deterministic Polynomial-time hard) [Hassibi 2005] de trouver la solution exacte au problème (1.16). Par conséquent, quelques approximations ont été utilisées. La méthode heuristique est une approximation typique possédant une faible complexité, moyennant une dégradation des performances.

Le plus célèbre algorithme heuristique est la méthode de forçage à zéro (ZF, Zero Forcing en anglais). Elle considère le problème (1.16) comme un problème des moindres carrés en imposant une solution appartenant à la constellation utilisée, pour ZF, on suppose que  $\mathbf{s} \in \mathcal{C}^{N_T}$ ,  $\mathcal{C}$  représente l'ensemble des nombres complexes.  $\mathcal{C}^{N_T}$  est l'espace vectoriel complexe de dimension  $N_T$ . La détection ZF s'effectue en moyen de l'équation suivante :

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{H}^\dagger \mathbf{y} \quad (1.17)$$

où  $(\cdot)^\dagger$  est la pseudo-inverse à gauche de  $(\cdot)$ . L'existence de  $\mathbf{H}^\dagger$  est basée sur l'hypothèse que  $N_R \geq N_T$ . Selon la détection ZF, les composantes de  $\hat{\mathbf{x}}$  ne correspondent pas nécessairement à des points dans la constellation  $\mathcal{C}$  respectivement. Il faut arrondir chaque composante de  $\hat{\mathbf{x}}$  au point plus proche dans la constellation  $\mathcal{C}$ . On appelle cette opération *slice*.

$$\hat{\mathbf{x}}_B = \text{slice}(\mathbf{H}^\dagger \mathbf{y}) \quad (1.18)$$

On appelle  $\hat{\mathbf{x}}_B$  "Babai estimation" [Groetschel 1993]. Ce détecteur permet d'éliminer complètement les interférences des autres antennes. Le moyen le plus simple pour calculer la pseudo inverse est la méthode de décomposition QR. On peut aussi obtenir la pseudo inverse à gauche par la décomposition SVD, qui est plus robuste. Dans les deux cas, la complexité de "Babai estimation" est de l'ordre de  $O(m^3)$  (si  $N_T = N_R = m$ ). Mais ZF n'a pas de bonnes performances, car il ignore l'effet du bruit, donc, il ne peut pas contrôler l'influence du bruit. En plus, les performances de ZF sont limitées par l'existence de  $\mathbf{H}^\dagger$ . En effet  $\mathbf{H}^\dagger$  n'existe pas lorsque  $N_T$  est supérieur à  $N_R$ . Le détecteur ZF n'est plus réalisable dans ce cas-là. On a donc besoin d'autres détecteurs robustes à la configuration d'antennes. En plus, ils doivent prendre en compte l'ensemble de l'effet des interférences et du bruit.

### Détecteur par la minimisation d'erreur quadratique moyenne (MMSE detector)

Le récepteur MMSE minimise l'erreur quadratique moyenne entre  $\mathbf{x}$  et  $\hat{\mathbf{x}}$  en considérant simultanément les interférences et le bruit. Le récepteur MMSE [Bogachev 1980], [Winters 1984], [Gao 1998] est donné par le vecteur  $\mathbf{C}$  qui satisfait la condition suivante :

$$\min E[\|\mathbf{C}\mathbf{y} - \mathbf{x}\|^2] \quad (1.19)$$

La solution du problème ci-dessus est donnée par  $\mathbf{C}_{MMSE}$  :

$$\mathbf{C}_{MMSE} = \mathbf{P}\mathbf{H}^H(\mathbf{P}\mathbf{H}\mathbf{H}^H + \sigma^2\mathbf{I})^{-1} \quad (1.20)$$

où on a utilisé les hypothèses :  $E[\mathbf{x}\mathbf{x}^H] = \mathbf{P}\mathbf{I}_{N_T}$ , et  $E[\mathbf{w}\mathbf{w}^H] = \sigma^2\mathbf{I}_{N_R}$ . Le signal transmis  $\mathbf{x}$  est donc estimé de la façon suivante :

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{C}_{MMSE}\mathbf{y} \quad (1.21)$$

De la même façon, nous avons aussi besoin de l'opération *slice* pour arrondir les composantes de  $\hat{\mathbf{x}}$  aux points les plus proches de la constellation utilisée.

### Annulation des interférences successives et ordonnées (Ordered Successive Interference Cancellation, OSIC)

Dans cette méthode, les composantes de  $\mathbf{x}$  sont détectées l'une après l'autre selon un certain ordre  $\mathcal{O}$ . L'ordre  $\mathcal{O}$  divise la détection de  $\mathbf{x}$  en  $N_T$  étapes. À chaque étape, une seule composante est d'abord détectée, ensuite, la composante détectée à cette étape est supprimée. Cette opération est répétée à chaque étape jusqu'au moment où toutes les composantes sont détectées. La détermination de l'ordre  $\mathcal{O}$  dépend de l'algorithme utilisé pendant la détection de la composante de  $\mathbf{x}$ . On prend ZF-OSIC [Wolniansky 1998] comme un exemple afin d'expliquer la détermination de l'ordre  $\mathcal{O}$ . Dans ZF-OSIC, ZF est utilisé pour la détection à chaque étape. Selon le principe du forçage à zéro,  $\hat{\mathbf{x}}$  s'exprime comme :

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{x} + \mathbf{H}^\dagger \mathbf{w} \quad (1.22)$$

On définit,  $\hat{\mathbf{x}} = [\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_{N_T}]^T$ ,  $(\mathbf{H}^\dagger)_j$  représente la  $j^{i\text{ème}}$  ligne de  $\mathbf{H}^\dagger$ , c'est-à-dire,

$$\hat{x}_j = x_j + (\mathbf{H}^\dagger)_j \mathbf{w} \quad (1.23)$$

Selon la formule ci-dessus, le bruit  $\mathbf{w}$  est amplifié par  $(\mathbf{H}^\dagger)_j$ ,  $\|(\mathbf{H}^\dagger)_j\|^2$  est le coefficient de l'amplification du bruit  $\mathbf{w}$ . Dans le cas du ZF-OSIC, on choisit de détecter puis de supprimer, à chaque étape, la composante pour laquelle l'amplification du bruit est la plus faible. Selon le ZF-OSIC, à chaque étape, la composante possédant le plus faible coefficient d'amplification du bruit est détectée et supprimée. Il s'agit, en fait, la composante présentant le plus grand rapport signal sur bruit (Signal to Noise Ratio, SNR). Le détail de l'algorithme ZF-OSIC s'écrit de la façon suivante :

```

 $\mathbf{z}_1 = \mathbf{y}$ 
for  $k = 1 : N_T$ 
 $\mathcal{O}(k) = \arg \min_j \{ \|(\mathbf{H}^\dagger)_1\|^2, \|(\mathbf{H}^\dagger)_2\|^2, \dots, \|(\mathbf{H}^\dagger)_{N_T}\|^2 \}, j \notin \{\mathcal{O}(1), \mathcal{O}(2), \dots, \mathcal{O}(k-1)\}$ 
 $\mathbf{w}_{\mathcal{O}(k)} = (\mathbf{H}^\dagger)_{\mathcal{O}(k)}$ 
 $\hat{x}_{\mathcal{O}(k)} = \text{slice}(\mathbf{w}_{\mathcal{O}(k)}^H \mathbf{z}_k)$ 
 $\mathbf{z}_{k+1} = \mathbf{z}_k - \mathbf{h}_{\mathcal{O}(k)} \hat{x}_{\mathcal{O}(k)}$ 
 $\mathbf{h}_{\mathcal{O}(k)} = \mathbf{0}$ 
end

```

où  $\mathcal{O}(k)$  représente l'index de la composante à détecter à la  $k^{\text{ième}}$  étape. Dans le jargon des communications, cela est connu sous le nom de "decision-feedback equalization". L'algorithme décrit ci-dessus est ZF-OSIC [Wolniansky 1998].

MMSE-OSIC [D.Tse 2007] est obtenu si le ZF est remplacé par le MMSE pendant la détection à chaque étape. À cette occasion, l'ordre de détection peut être différent de ZF-OSIC. Selon MMSE-OSIC, la composante possédant le plus faible niveau d'interférence et de bruit est détectée à chaque étape. L'ordre de complexité de l'algorithme (ZF-OSIC ou MMSE-OSIC) est  $O(m^4)$ , mais ZF-OSIC peut être réduit de  $O(m^4)$  à  $O(m^3)$  par l'algorithme "square-root" [Hassibi 2000].

## 1.5 La méthode exacte

### La méthode de maximum de vraisemblance

La méthode exacte a évolué à partir de la méthode du maximum de vraisemblance exprimée par la formule (1.16), où la fonction de vraisemblance pour chaque vecteur  $\mathbf{s}$  possible est calculée. On suppose que  $\mathbf{s}$  est composé de  $N_T$  composantes :  $s_1, s_2, \dots, s_{N_T}$ , et  $\mathbf{s} = [s_1, s_2, \dots, s_{N_T}]^T$ . La méthode du maximum de vraisemblance considère toutes les combinaisons possibles de  $s_1, s_2, \dots, s_{N_T}$ . S'il y a  $M$  points dans la constellation (par exemple, M-QAM), il y a, au total,  $M^{N_T}$  vecteurs possibles. Il est très difficile de mettre cette méthode en pratique même si

elle fournit les performances optimales, car sa complexité est exponentielle.

### Décodeur sphérique (Sphere decoder, SD)

La méthode du maximum de vraisemblance effectue la recherche exhaustive qui comprend des recherches redondantes et superflues. Le décodage sphérique allège grandement la tâche de calcul en limitant la recherche dans une sphère qui est un sous-treillis de  $C^{N_T}$ . La limitation de la recherche est réalisée en définissant le rayon  $d$  comme suit :

$$\min_{\mathbf{s} \in C^{N_T}} \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{s}\|^2 \leq d^2 \quad (1.24)$$

Cette expression signifie que tous les vecteurs “ $\mathbf{H}\mathbf{s}$ ” hors de la sphère de rayon  $d$  sont ignorés pendant la recherche. Afin de réaliser la recherche, le modèle système en représentation complexe (1.1) est souvent transformé sous la forme réelle suivante :

$$y = Hx + w \quad (1.25)$$

où  $y = [\Re(\mathbf{y})^T \ \Im(\mathbf{y})^T]^T$ ,  $x = [\Re(\mathbf{x})^T \ \Im(\mathbf{x})^T]^T$ , et  $w = [\Re(\mathbf{w})^T \ \Im(\mathbf{w})^T]^T$ , la matrice  $H$  s’écrit alors :

$$H = \begin{bmatrix} \Re(\mathbf{H}) & -\Im(\mathbf{H}) \\ \Im(\mathbf{H}) & \Re(\mathbf{H}) \end{bmatrix} \quad (1.26)$$

où  $\Re(\cdot)$  et  $\Im(\cdot)$  représentent la partie réelle et imaginaire de  $(\cdot)$  respectivement. Évidemment,  $H$  est une matrice de dimension  $n \times m$ , où  $n = 2N_R$ ,  $m = 2N_T$ . La recherche basée sur système réel (1.25) est représentée comme suit :

$$\min_{v \in C_R^{2N_T}} \|y - Hv\|^2 \leq d^2 \quad (1.27)$$

où  $v = [\Re(\mathbf{s})^T \ \Im(\mathbf{s})^T]^T$ ,  $C_R$  est la constellation réelle correspondante à  $C$ . Considérons tout d’abord le cas  $N_T \leq N_R$ . Afin d’effectuer la recherche, une décomposition

QR est effectuée sur la matrice  $H$ .

$$H = \mathbf{Q} \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{m \times m} \\ \mathbf{0}_{(n-m) \times m} \end{bmatrix} \quad (1.28)$$

où  $\mathbf{R}_{m \times m}$  est une matrice triangulaire supérieure de dimension  $m \times m$ . La condition (1.27) est transformée comme suit :

$$d^2 \geq \|y - [\mathbf{Q}_1 \ \mathbf{Q}_2] \begin{bmatrix} \mathbf{R} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} v\|^2 = \left\| \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_1^* y - \mathbf{R} v \\ \mathbf{Q}_2^* y \end{bmatrix} \right\|^2 = \|\mathbf{Q}_1^* y - \mathbf{R} v\|^2 + \|\mathbf{Q}_2^* y\|^2 \quad (1.29)$$

Par conséquent,,

$$d^2 - \|\mathbf{Q}_2^* y\|^2 \geq \|\mathbf{Q}_1^* y - \mathbf{R} v\|^2 \quad (1.30)$$

Définissons  $d'^2 = d^2 - \|\mathbf{Q}_2^* y\|^2$ ,  $l = \mathbf{Q}_1^* y = [l_1, l_2, \dots, l_m]^T$ , et  $v = [v_1, v_2, \dots, v_m]^T$ , nous avons :

$$d'^2 \geq \sum_{i=1}^m (l_i - \sum_{j=i}^m r_{i,j} v_j)^2 \quad (1.31)$$

où,  $r_{i,j}$  est la composante  $(i, j)$  de la matrice  $\mathbf{R}$ . Les termes à droite se développent comme suit :

$$d'^2 \geq (l_m - r_{m,m} v_m)^2 + (l_{m-1} - r_{m-1,m} v_m - r_{m-1,m-1} v_{m-1})^2 + \dots \quad (1.32)$$

La condition nécessaire pour que " $Hv$ " soit contenu dans la sphère est :

$$d'^2 \geq (l_m - r_{m,m} v_m)^2 \quad (1.33)$$

$$d'^2 - (l_m - r_{m,m} v_m)^2 \geq (l_{m-1} - r_{m-1,m} v_m - r_{m-1,m-1} v_{m-1})^2 \quad (1.34)$$

...

$$d'^2 - \sum_{i=k+1}^m (l_i - \sum_{j=i}^m r_{i,j} v_j)^2 \geq (l_k - \sum_{j=k}^m r_{i,j} v_j)^2 \quad (1.35)$$

...

Nous considérons les conditions ci-dessus,  $v_m$  est une variable scalaire dans l'inégalité (1.33), donc, elle se situe dans l'intervalle suivant :

$$\begin{cases} \lceil \frac{l_m - d'}{r_{mm}} \rceil \leq v_m \leq \lfloor \frac{d' + l_m}{r_{mm}} \rfloor & \text{si } r_{mm} > 0 \\ \lceil \frac{l_m - d'}{r_{mm}} \rceil \geq v_m \geq \lfloor \frac{d' + l_m}{r_{mm}} \rfloor & \text{si } r_{mm} < 0 \end{cases} \quad (1.36)$$

où  $\lceil \cdot \rceil$  représente l'arrondi par excès, c'est-à-dire,  $\lceil x \rceil$  est le voisin supérieur à  $x$  dans la constellation réelle  $\sqrt{M}$ -PAM, au contraire,  $\lfloor \cdot \rfloor$  représente l'arrondi par défaut, c'est-à-dire,  $\lfloor x \rfloor$  est le voisin inférieur à  $x$  dans la constellation réelle  $\sqrt{M}$ -PAM. Bien sûr, l'intervalle indiquée par (1.36) n'est pas suffisant pour la recherche. On doit continuer à considérer l'inégalité (1.34), qui contient les deux variables,  $v_m$  et  $v_{m-1}$ . Pour chaque  $v_m$  satisfaisant (1.36), nous définissons  $d_{m-1}'^2 = d'^2 - (l_m - r_{m,m}v_m)^2$  et  $l_{m-1|m} = l_{m-1} - r_{m-1,m}v_m$ , une autre condition est obtenue lorsque  $v_{m-1}$  se trouve dans l'intervalle suivant :

$$\begin{cases} \lceil \frac{l_{m-1|m} - d_{m-1}'^2}{r_{m-1,m-1}} \rceil \leq v_{m-1} \leq \lfloor \frac{d_{m-1}'^2 + l_{m-1|m}}{r_{m-1,m-1}} \rfloor & \text{si } r_{m-1,m-1} > 0 \\ \lceil \frac{l_{m-1|m} - d_{m-1}'^2}{r_{m-1,m-1}} \rceil \geq v_{m-1} \geq \lfloor \frac{d_{m-1}'^2 + l_{m-1|m}}{r_{m-1,m-1}} \rfloor & \text{si } r_{m-1,m-1} < 0 \end{cases} \quad (1.37)$$

De façon similaire, nous pouvons continuer l'estimation des composantes  $v_{m-2}$ ,  $v_{m-3}, \dots$  jusqu'à la composante  $v_1$ . La procédure de recherche s'écrit comme suit :



*Entrée :*  $\mathbf{Q} = [\mathbf{Q}_1 \ \mathbf{Q}_2]$ ,  $\mathbf{R}$ ,  $y$ ,  $l = \mathbf{Q}_1^* y$ ,  $d$

1. *Prérégler*  $k = m$ ,  $d'_m = d^2 - \|\mathbf{Q}_2^* y\|^2$ ,  $l_{m|m+1=l_m}$
2. (*Borne pour*  $v_k$ ) *régler*  $UB(v_k)$ ,  $LB(v_k)$ ,  $v_k = LB(v_k) - 1$
3. (*Augmenter*  $v_k$ )  $v_k = v_k + 1$ , *si*  $v_k \leq UB(v_k)$ , *aller à l'étape 5, autrement,*  
*à l'étape 4.*
4. (*Augmenter*  $k$ )  $k = k + 1$ , *si*  $k = m + 1$ , *terminer la recherche, autrement,*  
*aller à l'étape 3*
5. (*Baisser*  $k$ ) *if*  $k = 1$ , *aller à l'étape 6, autrement,*  $k = k - 1$ ,  
 $l_{k|k+1} = l_k - \sum_{j=k+1}^m r_{k,j} v_j$ ,  $d'_{k+1} = (l_{k+1|k+2} - r_{k+1,k+1} v_{k+1})^2$ , *et aller à*  
*l'étape 2.*
6. *Une solution possible est trouvée, enregistrer le vecteur*  $v$ , *et la distance de*  
 $\|y - Hv\|^2$ ,  $d'_m - d_1^2 + (l_1 - r_{1,1} v_1)^2$ , *ensuite aller à l'étape 3.*

La recherche est illustrée sur la Fig. 1.3 dans le cas d'une modulation QPSK et de deux antennes à l'émission. Dans la Fig. 1.3, les nœuds au niveau  $i$  représentent l'expansion pour  $v_i$ . La couleur noire signifie que le nœud est dans l'intervalle calculé et la couleur blanche signifie que le nœud est hors de l'intervalle. Premièrement, on considère l'arbre sans distinction des couleurs, c'est un arbre binaire entier possédant 16 branches. Ces 16 branches correspondent à  $4^{N_T}$ , ( $N_T = 2$ ) vecteurs candidats respectivement. La méthode du maximum de vraisemblance considère toutes les branches possibles, il conduit à une complexité importante, parce que beaucoup de branches redondantes (les branches qui comprennent des nœuds blancs.) sont comprises dans sa recherche. Le décodage sphérique considère seulement les nœuds noirs. Par conséquent, des recherches redondantes sont évitées. Pour plus d'information, on peut consulter [Kannan 1983], [Pohst.M 1981], [Fincke 1985], [E.Viterbo 1999], [Hassibi 2005].

Le décodage sphérique peut vraiment réduire la complexité de la méthode du maximum de vraisemblance, mais on constate que le nombre de nœuds noirs n'est pas fixé, ce qui signifie que la complexité du décodage sphérique est variable. En effet, il varie avec la condition de canaux et le rapport signal sur bruit.

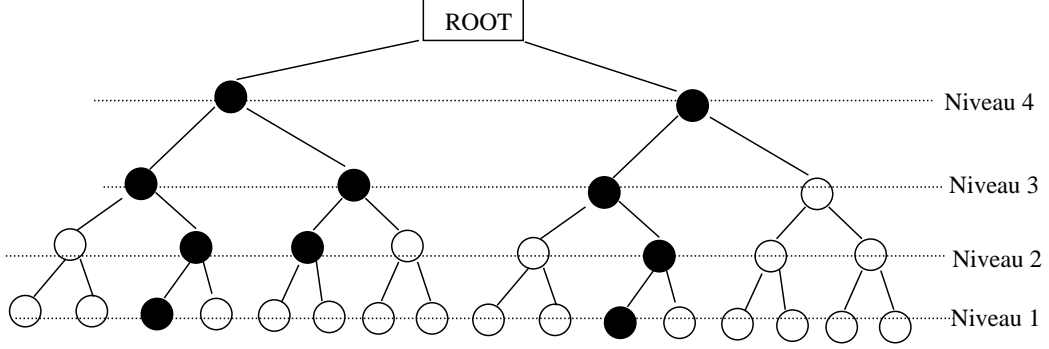


FIGURE 1.3 – Exemple : l'arbre généré par la recherche de décodage sphérique ( $N_T=2$ , QPSK)

Le décodage sphérique pour un système comportant des réseaux d'antennes  $N_T > N_R$  est discuté dans [Vikalo 2005]

### Décodage sphérique à complexité fixée (Fixed-complexity Sphere Decoder)

Le décodage sphérique peut sensiblement réduire la complexité de la méthode du maximum de vraisemblance. Malheureusement, il est difficile de savoir, à l'avance, le nombre de branches qu'il faut chercher, car il dépend de la condition de canaux et du bruit. Cela signifie que la complexité du décodage sphérique n'est pas fixe, au contraire, elle varie avec la condition des canaux et le bruit.

Le décodage sphérique à complexité fixée est proposé afin de combler cette lacune. Le décodage sphérique à complexité fixée, analogue au décodage sphérique, est une recherche sur un arbre limité à  $N_T$  niveaux (profondeur). Il obtient des performances quasi-optimales par une recherche dans un nombre fixe de branches et selon un ordre déterminé à l'avance. Le décodage sphérique à complexité fixée divise la recherche en deux étapes comme indiqué à la Fig. 1.4 :

Dans la première étape, une recherche pleine est exécutée sur les  $p$  ( $N_T$ ,  $N_T - 1$ ,  $\dots$ ,  $N_T - p + 1$ ) premiers niveaux où  $M$  branches sont générées pour chaque nœud. Cette étape s'appelle expansion pleine (Full Expansion, FE).

Dans la seconde étape, une recherche unique, est effectuée sur les  $N_T - p$  ( $N_T - p, \dots, 1$ ) niveaux restants où une branche unique est générée pour chaque nœud jusqu'au dernier niveau. Cette étape s'appelle expansion unique (Single Expansion, SE).

Finalement, au niveau 1, il y a au total  $M^p$  branches. Chaque branche correspond à un vecteur candidat. Pour chaque candidat  $\mathbf{s}_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, M^p$ , un test de vraisemblance est exécuté en utilisant l'équation suivante :

$$J = \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{s}_i\|^2 \quad (1.38)$$

Le vecteur candidat minimisant  $J$  est la solution. Un exemple est donné sur la Fig. 1.4 pour un système modulé en QPSK avec  $N_T$  antennes à l'émission. Dans cette figure, les niveaux  $N_T$ ,  $N_T - 1$  appartiennent à l'étape d'expansion pleine, et les autres appartiennent à l'étape d'expansion unique, c'est-à-dire,  $p = 2$ . La recherche comprenant deux étapes est indépendante de la condition de canaux et du bruit. Cette indépendance conduit à une complexité fixée. Le nombre total de branches cherchées est  $M^p$ . En effet, chaque branche correspond à un vecteur candidat. Le nombre de vecteurs candidats est donc fixé. Il est en général beaucoup moins important que celui obtenu par de la méthode du maximum de vraisemblance.

À part la division des deux étapes, la sélection de composante à détecter à chaque niveau est aussi très importante. À chaque niveau de l'étape FE, la composante possédant la plus grande amplification du bruit est sélectionnée ; à chaque niveau de l'étape SE, la composante possédant la plus faible amplification du bruit est sélectionnée. La procédure est décrite de la façon suivante :

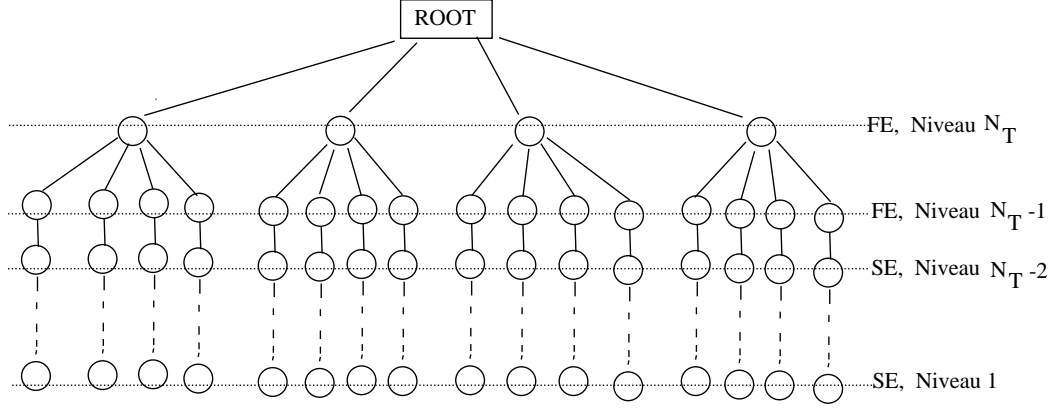


FIGURE 1.4 – Exemple : l'arbre généré par la recherche de décodage sphérique à complexité fixée (QPSK,  $p = 2$ )

*Preordering of FSD – ZF*

**num** =  $[n_1, n_2, \dots, n_{N_T}]$  is preset

**index** =  $[\ ]$

**H** <sub>$N_T$</sub>  = **H**

for  $i = N_T : -1 : 1$

**H** <sub>$i$</sub> <sup>†</sup> =  $(\mathbf{H}_i^H \mathbf{H}_i)^{-1} \mathbf{H}_i^H$

define  $\boldsymbol{\gamma}_i = [\|(\mathbf{H}_i^\dagger)_1\|^2, \|(\mathbf{H}_i^\dagger)_2\|^2, \dots, \|(\mathbf{H}_i^\dagger)_{N_T}\|^2]^T$

if  $n_i = M$

$l_i = \arg\{\max_j (\boldsymbol{\gamma}_i)\}, j \in \{1, 2, \dots, N_T\} - \{\mathbf{index}\}$

else

$l_i = \arg\{\min_j (\boldsymbol{\gamma}_i)\}, j \in \{1, 2, \dots, N_T\} - \{\mathbf{index}\}$

end

**H** <sub>$i$</sub> ( $\cdot, l_i$ ) = **0**, **H** <sub>$i-1$</sub>  = **H** <sub>$i$</sub> , **index** =  $[l_i, \mathbf{index}]$

end

où **H** <sub>$i$</sub>  est la matrice de canaux au niveau  $i$ . Elle est obtenue par la mise à zéro de  $N_T - i$  colonnes. Les autres colonnes sont préservées. Plus précisément, **H** <sub>$i$</sub>  est

obtenue par la mise à zéro de la  $l_{i+1}$ -ième colonne de  $\mathbf{H}_{i+1}$ .  $(\mathbf{H}_i^\dagger)_j$  est la  $j$ -ième ligne de  $\mathbf{H}_i^\dagger$ .  $\boldsymbol{\gamma}_i$  est un vecteur de référence indiquant l'amplification de bruit de la matrice  $\mathbf{H}_i^\dagger$ . La recherche est déterminée totalement par les vecteurs **num** et **index**. Le vecteur **num** détermine le degré d'expansion à chaque niveau. Il divise la recherche en deux étapes : FE et SE, en plus, il définit le nombre de branches générées par chaque nœud de niveau précédent. Selon la discussion ci-dessus, FE est utilisée aux niveaux  $i = N_T, N_T - 1, \dots, N_T - p + 1$ , et SE aux niveaux  $i = N_T - p, N_T - p - 1, \dots, 1$ . Par exemple, **num** =  $[n_1, n_2, \dots, n_{N_T}]$ , pour  $i = N_T, N_T - 1, \dots, N_T - p + 1, n_i = M$ , cela signifie l'expansion pleine au niveau  $i$ , pour  $i = N_T - p, N_T - p - 1, \dots, 1, n_i = 1$ , cela signifie l'expansion unique au niveau  $i$ .  $n_i$  représente  $n_i$  branches générées au niveau  $i$  par chaque nœud de niveau  $i + 1$ ,  $n_{N_T}$  branches sont générées par la racine, comme celle montrée à la Fig. 1.4. Le nombre total de branches est calculé comme  $\prod_{i=1}^{N_T} n_i$ . Le vecteur finalement obtenu est **index** =  $[l_1, l_2, \dots, l_{N_T}]$ , il définit l'ordre de détection. **index**( $i$ ) =  $l_i$  indique que la composante  $x_{l_i}$  est détectée au niveau  $i$ . En un mot, **num** divise la recherche en FE et SE et le vecteur **index** indique l'ordre de FE et SE. Nous appelons FSD original dans [Barbero 2006a] FSD-ZF, parce que la détermination de l'ordre est basée sur la matrice ZF (la pseudo inverse à gauche de  $\mathbf{H}$ ) [Barbero 2006a], [Dick 2009], [Wu 2009], [Xiong 2009], [Barbero 2006b], [L. 2006].

## 1.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons abordé le système MIMO en indiquant son principe et ses avantages. Nous avons aussi énuméré les défis à relever pour mettre en œuvre cette technologie. Pendant la présentation des défis, nous avons mis l'accent sur la détection MIMO en présentant plusieurs détecteurs existant. Un bilan sommaire est fait sur les détecteurs ci-dessus :

1. Les détecteurs ZF/MMSE et ZF/MMSE-OSIC : ils ont de faible complexité au prix de plus faibles performances ;
2. La méthode ML : elle a la performance optimale, mais à une complexité excessive ;
3. Détecteur SD : il réduit la complexité de ML en maintenant des performances

quasi-optimales, cependant, sa complexité est encore considérable, elle est variable avec la condition de canaux et SNR ;

4. L'algorithme FSD : il possède une complexité invariable en maintenant une performance excellente, mais il n'est pas robuste à la configuration d'antennes.



# Détecteur pour signaux non-circulaires

---

## 2.1 Signaux non-circulaires et non-circularité

Un signal aléatoire  $\mathbf{x}$  est circulaire au second ordre lorsqu'il remplit les conditions suivantes :

1.  $E[\mathbf{x}(t)\mathbf{x}(t+\tau)^T] = \mathbf{0}$  pour chaque couple  $(t, \tau)$  ;
2.  $E[\mathbf{x}(t)] = \mathbf{0}$ .

Toutes les caractéristiques statistiques du second ordre du signal circulaire  $\mathbf{x}$  sont contenues dans sa matrice de covariance  $E[\mathbf{x}(t)\mathbf{x}(t+\tau)^H]$ . Bien que la circularité soit une caractéristique assez courante des signaux à bande étroite, il existe néanmoins de nombreux signaux qui ne sont pas circulaires. Ces situations se produisent pour des signaux rectilinéaires. Par exemple, les interférences provenant des signaux AM, ASK ou BPSK dans un système CDMA, les interférences modulées en MSK, GMSK, OQAM sont également dans cette situation [P. 2006], [Gerstacker 2003]. Le signal est non circulaire au second ordre lorsque  $E[\mathbf{x}(t)\mathbf{x}(t+\tau)^T] \neq \mathbf{0}$  pour au moins un couple de valeurs  $(t, \tau)$  [Picinbono 1994]. Certains auteurs ont montré que les performances des méthodes d'estimation des directions d'arrivée des sources [Chargé 2001], de formation de voies [Chevalier 2007], [Chevalier 2009], [S.C.Douglas 2010], de détection [Gelli 2000], [Cacciapuoti 2008], [Olivier 2007], [Cacciapuoti 2009], [Buzzi 2009], ou de rehaussement de la parole [Benesty 2010] s'améliorent sensiblement par l'exploitation de la non circularité ou par le traitement linéaire au sens large [Picinbono 1995].



## 2.2 Critères pour la détection MIMO

Dans le modèle 1.1, le signal transmis est déformé par les évanouissements et les bruits avant d'atteindre le récepteur. Le plus souvent, le signal  $\mathbf{x}$  est estimé selon l'un des critères suivant :

I : Minimisation de l'erreur quadratique moyenne  $E[\|\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x}\|^2]$ , où  $\hat{\mathbf{x}}$  est le signal estimé ;

II : Maximisation du rapport signal à bruit plus interférences.

En effet, ces deux critères sont équivalents dans le cas du bruit blanc et Gaussien : ils aboutissent au même récepteur MMSE (La démonstration est donnée dans l'annexe A.). Le récepteur MMSE étant optimal mathématiquement pour le critère I, il est impossible de trouver un meilleur récepteur dans l'espace de dimensions  $N_R \times N_T$ . Par conséquent, on doit recourir à d'autres façons d'obtenir des améliorations. Dans la suite, nous étendons notre recherche à un espace de dimensions  $2N_R \times N_T$  en exploitant la non circularité du signal. L'augmentation des dimensions de l'espace peut fournir plus de degrés de libertés pour effectuer l'optimisation au niveau du récepteur.

## 2.3 Les algorithmes proposés

Dans la discussion qui va suivre, nous partons des hypothèses suivantes :

1. Le signal transmis  $\mathbf{x}$  est non circulaire ;
2. Les signaux transmis par des antennes différentes sont décorrélés, c'est-à-dire :  $E[\mathbf{x}\mathbf{x}^H] = P\mathbf{I}_{N_T}$ , où  $P$  est la puissance de transmission pour chaque antenne ;
3. Le bruit  $\mathbf{w}$  est blanc et Gaussien,  $E[\mathbf{w}\mathbf{w}^H] = \sigma^2\mathbf{I}_{N_T}$ ,  $\sigma^2$  est la variance de chaque composante, en fait,  $\sigma^2$  représente la puissance de bruit sur chaque antenne à la réception ;
4. Le signal  $\mathbf{x}$  est indépendant du bruit  $\mathbf{w}$ ,  $E[\mathbf{w}\mathbf{x}^H] = \mathbf{0}$  ;
5. Les canaux MIMO sont quasi-stationnaires,  $\mathbf{H}(t) = \mathbf{H}(t + \tau) = \mathbf{H}$ .

Inspirés par [Chevalier 2007] [Chargé 2001], nous pouvons construire la matrice ci-

dessous afin d'exploiter la non circularité :

$$\tilde{\mathbf{y}} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}(t) \\ \mathbf{y}(t + \tau)^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}\mathbf{x}(t) \\ \mathbf{H}^*\mathbf{x}^*(t + \tau) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{w}(t) \\ \mathbf{w}^*(t + \tau) \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Dans l'équation (2.1), l'hypothèse 5 est utilisée :  $\mathbf{H}(t) = \mathbf{H}(t + \tau) = \mathbf{H}$ . Utilisant le principe de MMSE, on choisi un vecteur colonne  $\mathbf{c}_i$  qui minimise l'erreur quadratique moyenne  $E[|\hat{x}_i - x_i|^2]$ , où  $x_i$  est le vrai signal, et  $\hat{x}_i$  est le signal estimé, donné par :

$$\hat{x}_i = \mathbf{c}_i^H \tilde{\mathbf{y}} \quad (2.2)$$

où on note  $\mathbf{x} = \mathbf{x}(t)$ ,  $x_i = x_i(t)$ ,  $\mathbf{y} = \mathbf{y}(t)$ , et  $\mathbf{w} = \mathbf{w}(t)$ . Pour obtenir le vecteur  $\mathbf{c}_i$ , on minimise l'erreur quadratique moyenne :

$$\min_{\mathbf{c}_i} J = E[|\hat{x}_i - x_i|^2] \quad (2.3)$$

$J$  peut être développée de la façon suivante :

$$J = \mathbf{c}_i^H E[\tilde{\mathbf{y}}\tilde{\mathbf{y}}^H] \mathbf{c}_i - \mathbf{c}_i^H E[\tilde{\mathbf{y}}x_i^*] - E[x_i\tilde{\mathbf{y}}^H] \mathbf{c}_i + E[x_i x_i^*] \quad (2.4)$$

Le minimum est obtenu lorsque le gradient s'annule :

$$\nabla_{\mathbf{c}_i}^J = \mathbf{c}_i^H E[\tilde{\mathbf{y}}\tilde{\mathbf{y}}^H] - E[x_i\tilde{\mathbf{y}}^H] = \mathbf{0} \quad (2.5)$$

Par conséquent,  $\mathbf{c}_i$  est donné par :

$$\mathbf{c}_i = (E[\tilde{\mathbf{y}}\tilde{\mathbf{y}}^H])^{-1} E[\tilde{\mathbf{y}}x_i^*] \quad (2.6)$$

On appelle cette méthode la MMSE étendue (Extended MMSE, EMMSE [Y.Ding 2011b]) pour la distinguer de la MMSE traditionnelle.

### 2.3.1 Cas d'un signal réel

Pour un signal réel,  $\mathbf{x} = \mathbf{x}^*$ , ainsi  $E[\mathbf{x}(t)\mathbf{x}(t+\tau)^T] \neq \mathbf{0}$  lorsque  $\tau = 0$ . Un signal réel est donc non circulaire au second ordre.

### 2.3.2 Détecteur ZF étendu (Extended ZF, EZF) pour un signal réel

Pour un signal réel, (par exemple, signal BPSK ou ASK), nous avons  $\mathbf{x} = \mathbf{x}^*$ . L'équation (2.1) peut être représentée comme suit lorsque  $\tau = 0$  :

$$\tilde{\mathbf{y}} = \tilde{\mathbf{H}}\mathbf{x} + \tilde{\mathbf{w}} \quad (2.7)$$

où,  $\tilde{\mathbf{H}} = [\mathbf{H}^T \ \mathbf{H}^H]^T$ ,  $\tilde{\mathbf{w}} = [\mathbf{w}^T \ \mathbf{w}^H]^T$ . Le signal transmis  $\mathbf{x}$  peut être estimé par la méthode ZF.

$$\hat{\mathbf{x}}_{EZF} = \mathbf{C}_{EZF}\tilde{\mathbf{y}} \quad (2.8)$$

où,  $\mathbf{C}_{EZF}$  est la pseudo inverse à gauche de  $\tilde{\mathbf{H}}$ , on note  $\mathbf{C}_{EZF} = \tilde{\mathbf{H}}^\dagger$ ,  $(\cdot)^\dagger$  est la pseudo-inverse de  $(\cdot)$ . Parce que l'espace considéré dans l'équation (2.7) est étendu aux dimensions  $2N_R \times N_T$ , on appelle cette méthode la ZF étendue (Extended ZF, EZF) pour la distinguer de la ZF traditionnelle.

### 2.3.3 Détecteur EMMSE pour le signal réel

Cette partie est basée sur l'équation (2.6) et spécifique pour un signal réel lorsque  $\tau = 0$ . Le modèle de système peut être récrit comme suit :

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{w} = \sum_{n=1}^{N_T} \mathbf{h}_n x_n + \mathbf{w} = \mathbf{h}_i x_i + \mathbf{v}_i \quad (2.9)$$

où,  $\mathbf{v}_i = \sum_{n \neq i}^{N_T} \mathbf{h}_n x_n + \mathbf{w}$ ,  $\mathbf{H}$  est écrite sous la forme comme  $\mathbf{H} = [\mathbf{h}_1, \mathbf{h}_2, \dots, \mathbf{h}_{N_T}]$ .

$$\tilde{\mathbf{y}} = \begin{bmatrix} \mathbf{y} \\ \mathbf{y}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{h}_i x_i + \mathbf{v}_i \\ \mathbf{h}_i^* x_i^* + \mathbf{v}_i^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{h}_i x_i \\ \mathbf{h}_i^* x_i^* \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{v}_i \\ \mathbf{v}_i^* \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

En utilisant les notations  $\tilde{\mathbf{h}}_i = [\mathbf{h}_i^T \ \mathbf{h}_i^H]^T$ ,  $\tilde{\mathbf{v}}_i = [\mathbf{v}_i^T \ \mathbf{v}_i^H]^T$ , nous avons :

$$\tilde{\mathbf{y}} = \tilde{\mathbf{h}}_i x_i + \tilde{\mathbf{v}}_i \quad (2.11)$$

D'après la discussion précédente, on peut récrire l'équation (2.6) comme suit :

$$\mathbf{c}_{i-EMMSE} = (E[\tilde{\mathbf{y}}\tilde{\mathbf{y}}^H])^{-1} E[\tilde{\mathbf{y}}x_i^*] \quad (2.12)$$

où  $(E[\tilde{\mathbf{y}}\tilde{\mathbf{y}}^H])^{-1}$  et  $E[\tilde{\mathbf{y}}x_i^*]$  sont calculés selon les hypothèses posées à l'avance,  $E[\mathbf{x}\mathbf{x}^H] = E[\mathbf{x}\mathbf{x}^T] = P\mathbf{I}_{N_T}$ ,  $E[\mathbf{w}\mathbf{w}^H] = \sigma^2\mathbf{I}_{N_R}$  et  $E[\mathbf{w}\mathbf{w}^T] = \mathbf{0}$ , ainsi,

$$\mathbf{R} = E[\tilde{\mathbf{y}}\tilde{\mathbf{y}}^H] = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_y & \mathbf{R}_c \\ \mathbf{R}_c^* & \mathbf{R}_y^* \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

où

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_y &= E[\mathbf{y}\mathbf{y}^H] = P\mathbf{H}\mathbf{H}^H + \sigma^2\mathbf{I}_{N_R} \\ \mathbf{R}_c &= E[\mathbf{y}\mathbf{y}^T] = P\mathbf{H}\mathbf{H}^T \end{aligned} \quad (2.14)$$

et  $E[\tilde{\mathbf{y}}x_i^*]$  est donnée par :

$$E[\tilde{\mathbf{y}}x_i^*] = \begin{bmatrix} \mathbf{h}_i P \\ \mathbf{h}_i^* P \end{bmatrix} = \tilde{\mathbf{h}}_i P \quad (2.15)$$

Finalement,  $\mathbf{c}_{i-EMMSE}$  s'exprime par :

$$\mathbf{c}_{i-EMMSE} = (E[\tilde{\mathbf{y}}\tilde{\mathbf{y}}^H])^{-1} E[\tilde{\mathbf{y}}x_i^*] = \mathbf{R}^{-1} \tilde{\mathbf{h}}_i P \quad (2.16)$$

La matrice MMSE complète est alors :

$$\mathbf{C}_{EMMSE} = \begin{bmatrix} \mathbf{c}_{1-EMMSE}^H \\ \mathbf{c}_{2-EMMSE}^H \\ \vdots \\ \mathbf{c}_{N_T-EMMSE}^H \end{bmatrix} = P\tilde{\mathbf{H}}^H \mathbf{R}^{-1} \quad (2.17)$$

Le vrai signal  $\mathbf{x}$  est estimé par :

$$\hat{\mathbf{x}}_{EMMSE} = \mathbf{C}_{EMMSE} \tilde{\mathbf{y}} \quad (2.18)$$

## 2.4 Annulations successives ordonnées d'interférences (OSIC)

On considère le système (ZF/MMSE-OSIC) (2.7) comme un système  $2N_R \times N_T$ . La méthode ZF/MMSE avec annulations successives ordonnées d'interférences peut être appliquée directement. Les performances de EZF (EMMSE) et de ZF/MMSE sont améliorées par OSIC. Les détails de méthodes OSIC ne sont pas présentées pour éviter les répétitions. L'ordre optimal de détection est détaillé dans [Wolniansky 1998], [D.Tse 2007].

## 2.5 Analyse de performance

Le modèle décrit par l'équation (2.1) peut être considéré comme un système possédant  $N_T$  antennes à l'émission et  $2N_R$  antennes à la réception.

Intuitivement, il est admis qu'un système  $2N_R \times N_T$  est supérieur à un système  $N_R \times N_T$  en termes de taux d'erreur binaire, parce que le système peut obtenir plus de diversité en utilisant plusieurs antennes à la réception. Nous pouvons également illustrer ceci selon un point de vue différent. Pour le détecteur ZF, la seule influence est le bruit amplifié par  $\mathbf{H}^\dagger$  [Artes 2003]. L'estimateur  $\hat{\mathbf{x}}$  dans l'équation (2.8) s'écrit comme :

$$\hat{\mathbf{x}}_{EZF} = \mathbf{x} + \tilde{\mathbf{H}}^\dagger \tilde{\mathbf{w}} \quad (2.19)$$

où  $\tilde{\mathbf{H}}^\dagger \tilde{\mathbf{w}}$  est le bruit amplifié par  $\tilde{\mathbf{H}}^\dagger$  à la sortie du détecteur EZF. La matrice de covariance d'erreur est :

$$E([\hat{\mathbf{x}}_{EZF} - \mathbf{x}][\hat{\mathbf{x}}_{EZF} - \mathbf{x}]^H) = \sigma^2 \tilde{\mathbf{H}}^\dagger (\tilde{\mathbf{H}}^\dagger)^H \quad (2.20)$$

L'erreur quadratique moyenne entre  $\hat{\mathbf{x}}_{EZF}$  et  $\mathbf{x}$  est donnée par :

$$E[\|\hat{\mathbf{x}}_{EZF} - \mathbf{x}\|^2] = \text{tr}(E[(\hat{\mathbf{x}}_{EZF} - \mathbf{x})(\hat{\mathbf{x}}_{EZF} - \mathbf{x})^H]) = \text{tr}(\sigma^2 \tilde{\mathbf{H}}^\dagger (\tilde{\mathbf{H}}^\dagger)^H) = \sigma^2 \|\tilde{\mathbf{H}}^\dagger\|^2 \quad (2.21)$$

Par conséquent, la norme de  $\tilde{\mathbf{H}}^\dagger$  est le facteur clé pour les performances d'EZF, surtout si la matrice des canaux est mal conditionnée [Artes 2003]. En effet, l'erreur quadratique moyenne  $E[\|\hat{\mathbf{x}}_{EZF} - \mathbf{x}\|^2]$  est la puissance du bruit amplifié à la sortie du détecteur EZF.

**Propriété 2.1** : Pour un signal réel  $\mathbf{x}$ , supposons que  $\hat{\mathbf{x}}_{ZF}$  et  $\hat{\mathbf{x}}_{EZF}$  soient respectivement les estimateurs de  $\mathbf{x}$  obtenus par la méthode ZF traditionnelle et par EZF. Nous avons

$$E[\|\hat{\mathbf{x}}_{EZF} - \mathbf{x}\|^2] \leq \frac{1}{2} E[\|\hat{\mathbf{x}}_{ZF} - \mathbf{x}\|^2] \quad (2.22)$$

□

*Démonstration :*

Parce que  $\mathbf{H}^\dagger$  est la pseudo-inverse à gauche de  $\mathbf{H}$ , la matrice  $\mathbf{K} = [\frac{1}{2}\mathbf{H}^\dagger \quad \frac{1}{2}(\mathbf{H}^\dagger)^*]$  peut être considérée comme une pseudo-inverse à gauche de  $\tilde{\mathbf{H}}$  au sens large. Notons  $\mathbf{r}_i^H$  la  $i$ -ième ligne de la matrice  $\mathbf{H}^\dagger$ .  $[\frac{1}{2}\mathbf{r}_i^H \quad \frac{1}{2}(\mathbf{r}_i)^T]$  est donc la  $i$ -ième ligne de la matrice  $\mathbf{K}$ . La norme de matrice  $\mathbf{K}$  est calculée comme suit :

$$\|\mathbf{K}\|^2 = \sum_{i=1}^{N_T} [\frac{1}{2}\mathbf{r}_i^H \quad \frac{1}{2}(\mathbf{r}_i)^T] [\frac{1}{2}\mathbf{r}_i^H \quad \frac{1}{2}(\mathbf{r}_i)^T]^H = \sum_{i=1}^{N_T} (\frac{1}{4}\mathbf{r}_i^H \mathbf{r}_i + \frac{1}{4}\mathbf{r}_i^T \mathbf{r}_i^*) = \sum_{i=1}^{N_T} \frac{1}{2}\mathbf{r}_i^H \mathbf{r}_i = \frac{1}{2} \|\mathbf{H}^\dagger\|^2 \quad (2.23)$$

La pseudo-inverse à gauche de  $\tilde{\mathbf{H}}$  n'est pas unique au sens large. Dans la pratique, nous choisissons souvent celle qui permet d'optimiser le système. Ainsi, il faut choisir celle permettant d'obtenir la norme de Frobenius la plus faible pour obtenir le détecteur EZF, parce que cela conduira à une plus petite erreur quadratique moyenne

d'après l'équation (2.21). On la note comme  $\tilde{\mathbf{H}}^\dagger$ , ainsi, nous avons :

$$\|\tilde{\mathbf{H}}^\dagger\|^2 \leq \|\mathbf{K}\|^2 = \frac{1}{2} \|\mathbf{H}^\dagger\|^2 \quad (2.24)$$

Combinons l'équation (2.21) et la formule (2.24), nous avons :

$$E[\|\hat{\mathbf{x}}_{EZF} - \mathbf{x}\|^2] \leq \frac{1}{2} E[\|\hat{\mathbf{x}}_{ZF} - \mathbf{x}\|^2] \quad (2.25)$$

Cette conclusion sera confirmée par les résultats de simulation que nous présentons un peu plus loin.

□

La **Propriété 2.1** implique que l'énergie du bruit amplifié est réduite au moins de la moitié en exploitant la non circularité. Cela conduit à une amélioration importante des performances par rapport à la méthode ZF traditionnelle.

Pour le détecteur MMSE traditionnel,  $\mathbf{g}_i = \mathbf{R}_y^{-1} \mathbf{h}_i P = (P \mathbf{H} \mathbf{H}^H + \sigma^2 \mathbf{I}_{N_R})^{-1} P \mathbf{h}_i$ . (montré dans l'Annexe A). L'erreur quadratique moyenne entre l'estimateur  $\hat{x}_{i-MMSE}$  et le vrai  $x_i$  est

$$\min E[|\hat{x}_{i-MMSE} - x_i|^2] = -P \mathbf{h}_i^H \mathbf{R}_y^{-1} \mathbf{h}_i P + P \quad (2.26)$$

où,  $\hat{x}_{i-MMSE} = \mathbf{g}_i^H \mathbf{y}$ .

La matrice de covariance de l'erreur MMSE est donnée par :

$$E[(\hat{\mathbf{x}}_{MMSE} - \mathbf{x})(\hat{\mathbf{x}}_{MMSE} - \mathbf{x})^H] = P \sigma^2 (P \mathbf{H}^H \mathbf{H} + \sigma^2 \mathbf{I}_{N_T})^{-1} \quad (2.27)$$

où,  $\hat{\mathbf{x}}_{MMSE}$  est l'estimateur de  $\mathbf{x}$  par la méthode MMSE traditionnelle. L'erreur quadratique moyenne est alors :

$$E[\|\hat{\mathbf{x}}_{MMSE} - \mathbf{x}\|^2] = \text{tr}(E[(\hat{\mathbf{x}}_{MMSE} - \mathbf{x})(\hat{\mathbf{x}}_{MMSE} - \mathbf{x})^H]) = \text{tr}(P \sigma^2 (P \mathbf{H}^H \mathbf{H} + \sigma^2 \mathbf{I}_{N_T})^{-1}) \quad (2.28)$$

Pour le détecteur EMMSE, nous substituons l'équation (2.16) dans l'équation (2.4).

On peut obtenir l'erreur quadratique moyenne minimale  $E[|\hat{x}_{i-EMMSE} - x_i|^2]$  :

$$J_{min} = - [\mathbf{h}_i^H P \quad \mathbf{h}_i^T P] \begin{bmatrix} \mathbf{R}_y & \mathbf{R}_c \\ \mathbf{R}_c^* & \mathbf{R}_y^* \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{h}_i P \\ \mathbf{h}_i^* P \end{bmatrix} + P = -P \tilde{\mathbf{h}}_i^H \mathbf{R}^{-1} \tilde{\mathbf{h}}_i P + P \quad (2.29)$$

La matrice de covariance de l'erreur est :

$$E([\hat{\mathbf{x}}_{EMMSE} - \mathbf{x}][\hat{\mathbf{x}}_{EMMSE} - \mathbf{x}]^H) = P\sigma^2(P\tilde{\mathbf{H}}^H\tilde{\mathbf{H}} + \sigma^2\mathbf{I}_{N_T})^{-1} \quad (2.30)$$

L'erreur quadratique moyenne est alors :

$$E[\|\hat{\mathbf{x}}_{EMMSE} - \mathbf{x}\|^2] = \text{tr}(E([\hat{\mathbf{x}}_{EMMSE} - \mathbf{x}][\hat{\mathbf{x}}_{EMMSE} - \mathbf{x}]^H)) = \text{tr}(P\sigma^2(P\tilde{\mathbf{H}}^H\tilde{\mathbf{H}} + \sigma^2\mathbf{I}_{N_T})^{-1}) \quad (2.31)$$

**Propriété 2.2** : Si  $\mathbf{x}$  est un signal non circulaire, en notant  $\hat{\mathbf{x}}_{MMSE}$  l'estimateur du vrai  $\mathbf{x}$  par la méthode MMSE traditionnelle et  $\hat{\mathbf{x}}$  obtenu par l'algorithme proposé dans l'équation (2.2), nous avons

$$E[\|\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x}\|^2] \leq E[\|\hat{\mathbf{x}}_{MMSE} - \mathbf{x}\|^2] \quad (2.32)$$

Plus spécifiquement, l'algorithme proposé devient détecteur EMMSE si  $\mathbf{x}$  est réel, et :

$$E[\|\hat{\mathbf{x}}_{EMMSE} - \mathbf{x}\|^2] < \frac{1}{2}E[\|\hat{\mathbf{x}}_{ZF} - \mathbf{x}\|^2] \quad (2.33)$$

□

*Démonstration :*

Commençons la discussion par les deux problèmes d'optimisation.

Problème I : Chercher un vecteur  $\mathbf{c}_i$  de dimensions  $2N_R \times 1$  qui minimise le critère suivant :

$$\min J = E[|\mathbf{c}_i^H \tilde{\mathbf{y}} - x_i|^2] \quad (2.34)$$

Problème II : Chercher un vecteur  $\mathbf{g}_i$  de dimensions  $N_R \times 1$  qui minimise le critère suivant :

$$\min L = E[|\mathbf{g}_i^H \mathbf{y} - x_i|^2] \quad (2.35)$$



Les deux problèmes I et II apparaissent comme des problèmes d'optimisation sans contrainte. Mais leur espaces considérés sont différents.

Dans le problème I,  $\mathbf{c}_i$  est de dimensions  $2N_R \times 1$ , mais  $\mathbf{g}_i$  dans le problème II est seulement de dimensions  $N_R \times 1$ . En effet, le problème II peut être converti en un autre problème d'optimisation avec contrainte dans l'espace à dimensions  $2N_R \times 1$ . Ce problème est décrit à la façon suivante :

Problème III : Chercher un vecteur  $\mathbf{g}$  de dimensions  $2N_R \times 1$  qui minimise le critère suivant :

$$\begin{cases} \min L' = E[|\mathbf{g}^H \tilde{\mathbf{y}} - x_i|^2] \\ s.t. \quad \mathbf{g} = [\mathbf{g}_i^T \quad \mathbf{g}'_i{}^T]^T, \quad \mathbf{g}'_i = \mathbf{0} \end{cases} \quad (2.36)$$

où  $\mathbf{g}_i$  et  $\mathbf{g}'_i$  sont de dimensions  $N_R \times 1$ . Évidemment, les problèmes II et III sont équivalents. La solution optimale au problème III est une solution sous-optimale du problème I. Parce que le problème III est la forme contrainte du problème I. Cela signifie :

$$J_{min} \leq L_{min} = L'_{min} \quad (2.37)$$

Remarquons que le problème I est l'optimisation décrite par l'équation (2.3), tandis que le problème II est l'optimisation de MMSE traditionnelle. Par conséquent, nous pouvons conclure que l'algorithme exprimé par l'équation (2.2) est supérieur au détecteur MMSE traditionnelle.

D'après l'équation (2.37), nous avons :

$$E[|\hat{x}_{i-EMMSE} - x_i|^2] \leq E[|\hat{x}_{i-MMSE} - x_i|^2] \quad (2.38)$$

Nous pouvons en déduire que

$$E\left[\sum_{i=1}^{N_T} |\hat{x}_{i-EMMSE} - x_i|^2\right] \leq E\left[\sum_{i=1}^{N_T} |\hat{x}_{i-MMSE} - x_i|^2\right] \quad (2.39)$$

C'est-à-dire :

$$E[||\hat{\mathbf{x}}_{EMMSE} - \mathbf{x}||^2] \leq E[||\hat{\mathbf{x}}_{MMSE} - \mathbf{x}||^2] \quad (2.40)$$

Pour un signal réel, l'algorithme dans l'équation (2.6) devient le détecteur EMMSE.

Il est bien connu que l'algorithme MMSE est supérieur à ZF, donc :

$$E[\|\hat{\mathbf{x}}_{EMMSE} - \mathbf{x}\|^2] < E[\|\hat{\mathbf{x}}_{EZF} - \mathbf{x}\|^2] \quad (2.41)$$

D'après l'équation(2.25), on obtient

$$E[\|\hat{\mathbf{x}}_{EMMSE} - \mathbf{x}\|^2] < \frac{1}{2}E[\|\hat{\mathbf{x}}_{ZF} - \mathbf{x}\|^2] \quad (2.42)$$

□

Pour les performances de la méthode concernant les annulations successives ordonnées d'interférences (OSIC), il est difficile de faire une analyse précise en raison de ses propriétés non-linéaires inhérentes. Le seul moyen de linéariser le problème, est de supposer que les décisions antérieures sont correctes [A. 2002]. Selon cette approximation, la propagation d'erreur introduite par les décisions erronées est ignorée. Les performances de "A-OSIC" basé sur un algorithme "A", sont donc déterminées par les performances de l'algorithme "A" et par l'ordre de détection. Par exemple, à chaque étape, EZF-OSIC et ZF-OSIC détectent les mêmes composantes du signal brouillé par les même interférences si EZF-OSIC et ZF-OSIC prennent un même ordre  $\Omega_Z$  (On suppose que  $\Omega_Z$  est l'ordre optimal pour le ZF-OSIC), l'analyse des performances à chaque étape est exactement la même que celle de EZF. Les meilleures performances peuvent être obtenues si EZF-OSIC fait la détection selon son propre ordre  $\Omega_{EZ}$  (On suppose que  $\Omega_{EZ}$  est l'ordre optimal pour le EZF-OSIC).

## 2.6 Discussion sur l'optimalité

MMSE/ZF traditionnel est amélioré par l'exploitation de la non-circularité, mais le système (1.1) et le système (2.7) ont exactement la même solution optimale, obtenue par l'algorithme du maximum de vraisemblance. Cette conclusion est vérifiée

par les formules suivantes :

$$\begin{aligned}
\hat{\mathbf{x}} &= \arg \min_{\mathbf{s}} \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{s}\|^2 \\
&\Leftrightarrow \hat{\mathbf{x}} = \arg \min_{\mathbf{s}} 2 \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{s}\|^2 \\
&\Leftrightarrow \hat{\mathbf{x}} = \arg \min_{\mathbf{s}} 2(\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{s})^H (\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{s}) \\
&\Leftrightarrow \hat{\mathbf{x}} = \arg \min_{\mathbf{s}} [(\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{s})^H (\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{s}) + (\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{s})^T (\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{s})^*] \\
&\Leftrightarrow \hat{\mathbf{x}} = \arg \min_{\mathbf{s}} \|\tilde{\mathbf{y}} - \tilde{\mathbf{H}}\mathbf{s}\|^2
\end{aligned} \tag{2.43}$$

où  $\mathbf{s}$  est un vecteur candidat choisi arbitrairement dans l'ensemble de tous les vecteurs candidats possibles. L'équation ci-dessus montre que l'exploitation de la non circularité ne change pas l'optimalité du problème. La solution ML est encore optimale.

Dans un système SISO (Single Input Single Output) comportant une antenne à l'émission et une antenne au récepteur, si le canal est non-sélectif en fréquence, les détecteurs ML, ZF et MMSE font très peu de différence en termes de taux d'erreur binaire (Bit Error Rate, BER). ZF et MMSE peuvent être réduits en détecteur ML [A. 2003]. Pour un système SIMO (single input multiple output) comportant une antenne à l'émission et plusieurs antennes à la réception, la combinaison à gain maximum (maximum ratio combining MRC) [A. 2003] possède des performances optimales. D'ailleurs, le récepteur NCIR-MLSE [P. 2006] peut aussi atteindre les performances optimales dans le contexte d'interférences rectilinéaire. Cependant, la situation MIMO est totalement différente même si le signal transmis est rectilinéaire. Le modèle du système (1.1) peut s'écrire sous la forme SIMO suivante :

$$\mathbf{y} = \mathbf{h}_i x_i + \mathbf{v}_i \tag{2.44}$$

où  $\mathbf{v}_i = \sum_{n \neq i}^{N_T} \mathbf{h}_n x_n + \mathbf{w}$ , la solution donnée par le EMMSE, est une solution sous-optimale du système. Supposons que  $x_i$  est estimée par EMMSE, et  $\hat{x}_i = x_i + z_i$  ( $i = 1, 2, \dots, N_T$ ), où  $z_i$  est le bruit de l'erreur. les échantillons  $z_i, z_j$  ( $i \neq j, i, j = 1, 2, \dots, N_T$ ) sont corrélés. Par conséquent, la solution EMMSE est sous-optimale, comparée à la méthode ML qui réalise une détection conjointe.

## 2.7 Complexité de calcul

Dans cette partie, nous nous focalisons sur le détecteur appliqué à des signaux réels. Dans ce chapitre, les méthodes EZF et EMMSE sont proposées pour la détection du signal réel,  $\mathbf{C}_{EZF} = \tilde{\mathbf{H}}^\dagger$  est définie comme :

$$\mathbf{C}_{EZF} = \tilde{\mathbf{H}}^\dagger = (\tilde{\mathbf{H}}^H \tilde{\mathbf{H}})^{-1} \tilde{\mathbf{H}}^H \quad (2.45)$$

En raison de  $\tilde{\mathbf{H}} = [\mathbf{H}^T \ \mathbf{H}^H]^T$ ,  $\mathbf{C}_{EZF}$  est simplifiée comme suit :

$$\mathbf{C}_{EZF} = [\mathbf{B}_1 \ \mathbf{B}_1^*] \quad (2.46)$$

où  $\mathbf{B}_1 = (2\Re(\mathbf{H}^H \mathbf{H}))^{-1} \mathbf{H}^H$ ,  $\Re(\cdot)$  est la partie réelle de  $(\cdot)$ . D'après la formule (2.8), nous avons :

$$\hat{\mathbf{x}}_{EZF} = 2\Re(\mathbf{B}_1 \mathbf{y}) \quad (2.47)$$

Évidemment, le détecteur EZF possède le même ordre de grandeur de complexité que celui du ZF traditionnel. Si  $\mathbf{H}$  est une matrice carrée (i.e.  $N_T = N_R = m$ ), l'ordre de la complexité du "ZF" traditionnel est  $O(m^3)$  [H. 2006], l'ordre de la complexité du EZF est donc  $O(m^3)$ .

Pour la méthode "EMMSE",  $\mathbf{C}_{EMMSE} = P\tilde{\mathbf{H}}^H(P\tilde{\mathbf{H}}\tilde{\mathbf{H}}^H + \sigma^2\mathbf{I}_{2N_R})^{-1}$ . Afin de réduire sa complexité,  $\mathbf{C}_{EMMSE}$  peut s'écrire comme suit [M. 2004] :

$$\mathbf{C}_{EMMSE} = (P\tilde{\mathbf{H}}^H\tilde{\mathbf{H}} + \sigma^2\mathbf{I}_{N_T})^{-1}P\tilde{\mathbf{H}}^H = P\tilde{\mathbf{H}}^H(P\tilde{\mathbf{H}}\tilde{\mathbf{H}}^H + \sigma^2\mathbf{I}_{2N_R})^{-1} \quad (2.48)$$

Nous avons de même :

$$\mathbf{C}_{EMMSE} = [\mathbf{B}_2 \ \mathbf{B}_2^*] \quad (2.49)$$

où  $\mathbf{B}_2 = (2P\Re(\mathbf{H}^H \mathbf{H}) + \sigma^2\mathbf{I}_{N_T})^{-1}P\mathbf{H}^H$ , selon la formule (2.18),  $\hat{\mathbf{x}}_{EMMSE}$  s'écrit comme :

$$\hat{\mathbf{x}}_{EMMSE} = 2\Re(\mathbf{B}_2 \mathbf{y}) \quad (2.50)$$

Évidemment,  $\mathbf{C}_{EMMSE}$  possède le même ordre de complexité de calcul que "MMSE" traditionnel.

## 2.8 Résultats de simulation

*Taux d'erreur binaire* (BER, Bit Error Rate)

Les performances des algorithmes proposés sont étudiées par la simulation de Monte-Carlo. Le système MIMO simulé utilise une modulation BPSK. En outre, le rapport signal sur bruit est défini comme suit :

$$SNR = \frac{PN_T}{\sigma^2} \quad (2.51)$$

Pour la modulation BPSK, le  $SNR$  est aussi égal au  $E_b/N_0$ . Pendant la simulation, l'erreur quadratique moyenne est normalisée par la puissance totale  $PN_T$ . La Fig. 2.1 est basée sur un système  $4 \times 4$  ( $N_R \times N_T$ ) transmettant un signal BPSK. Elle présente des courbes de performances en termes de BER. Il est montré que l'algorithme EZF (ou EMMSE) a de bien meilleures performances que le ZF traditionnel (ou le MMSE traditionnel). Les EZF-OSIC et EMMSE-OSIC ont des performances quasi-ML. Les Fig. 2.2 et Fig. 2.3 sont destinées à illustrer la **Propriété 1**. La Fig. 2.2 est obtenue sur la base d'un système SISO modulé en BPSK. Sur la Fig. 2.2, l'écart entre le ZF traditionnel et l'EZF pour une même valeur du SNR est toujours d'environ 3 dB. Cela signifie que l'énergie de l'interférence est réduite de moitié par rapport au détecteur ZF traditionnel. Sur la Fig. 2.3, cet écart est montré en fonction de plusieurs configuration d'antennes (1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4). On observe que l'écart entre la méthode ZF traditionnelle et celle EZF s'accroît avec l'augmentation du nombre d'antennes. On peut constater que cet écart est constant lorsque le SNR varie. Au contraire, lorsque l'on compare MMSE et EMMSE sur la Fig. 2.4, l'écart entre ces deux méthodes augmente avec le SNR.

*Discussion sur la "diversité"*

Le modèle (2.7) peut être considéré comme un système MIMO avec  $N_T$  antennes à l'émission et  $2N_R$  antennes à la réception. Intuitivement, un système  $2N_R \times N_T$  possède de meilleures performances qu'un système  $N_R \times N_T$ , parce que plus d'an-

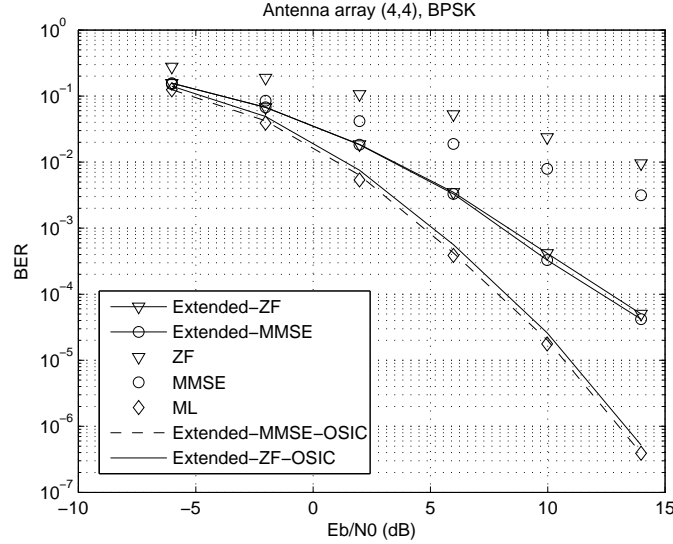


FIGURE 2.1 – Comparaisons des performances

tennes à la réception apporte plus de diversité. EZF/EMMSE va donc introduire plus de diversités que les méthodes traditionnelles (ZF/MMSE).

Dans un système  $N_R \times N_T$ , l'ordre de diversité exploitable pour le ZF-SIC est  $N_R - N_T + 1$ . Il se situe entre  $N_R - N_T + 1$  et  $N_R$  pour ZF-OSIC/MMSE-OSIC et  $N_R$  pour le détecteur du maximum vraisemblance (ML) [A. 2003]. Dans un système  $2 \times 2$ , l'ordre de la diversité réalisable par ZF-SIC est donc 1. Il est situé entre 1 et 2 pour ZF-OSIC/MMSE-OSIC, et atteint 2 pour le détecteur du maximum de vraisemblance. Comparé au détecteur ML, il reste encore de la diversité qui n'est pas exploitée par ZF-OSIC/MMSE-OSIC. La Fig. 2.5 montre que la situation est améliorée par EZF-OSIC/EMMSE-OSIC même si l'optimalité est inchangée. En observant les Fig. 2.1 et 2.5, EZF-OSIC/EMMSE-OSIC peut atteindre une diversité presque pleine.

## 2.9 Extension au signal QPSK

### *Motivation et propriété cachée du signal QPSK*

Tous les points dans la constellation QPSK ont la même énergie. Soit  $x$  (On suppose

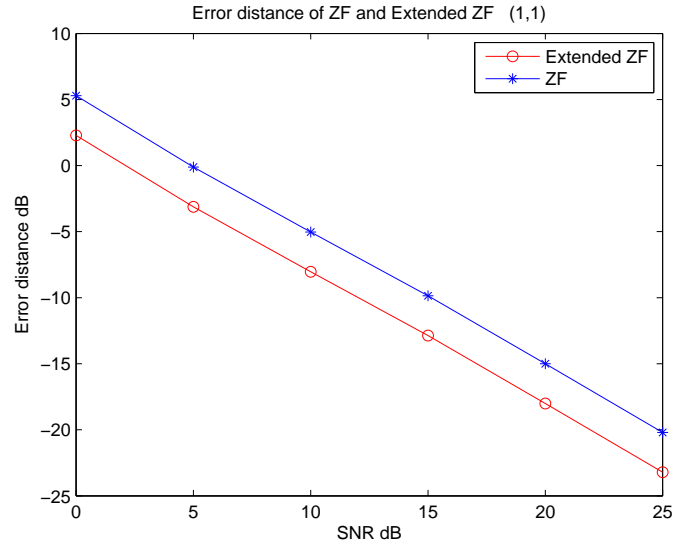


FIGURE 2.2 – Comparaison de l'erreur quadratique moyenne entre ZF et EZF (SISO)

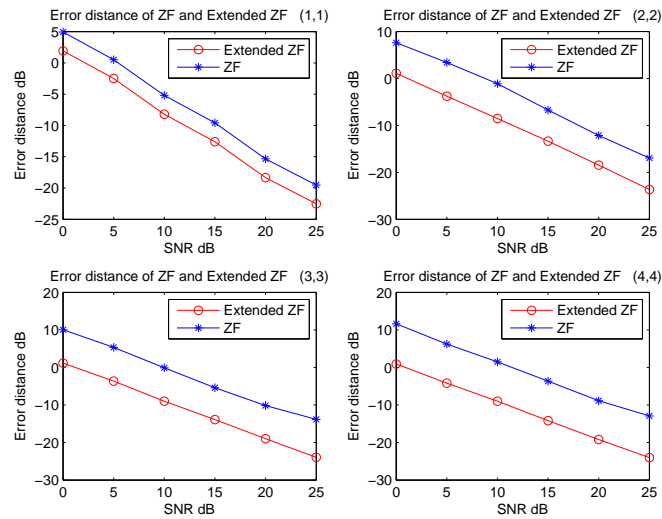


FIGURE 2.3 – Comparaison de l'erreur quadratique moyenne entre ZF et EZF (MIMO)

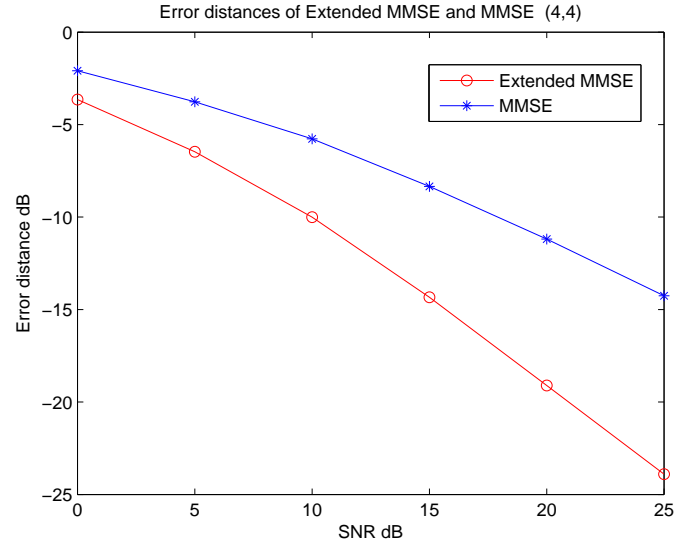


FIGURE 2.4 – Comparaison de l'erreur quadratique moyenne entre MMSE et EMMSE

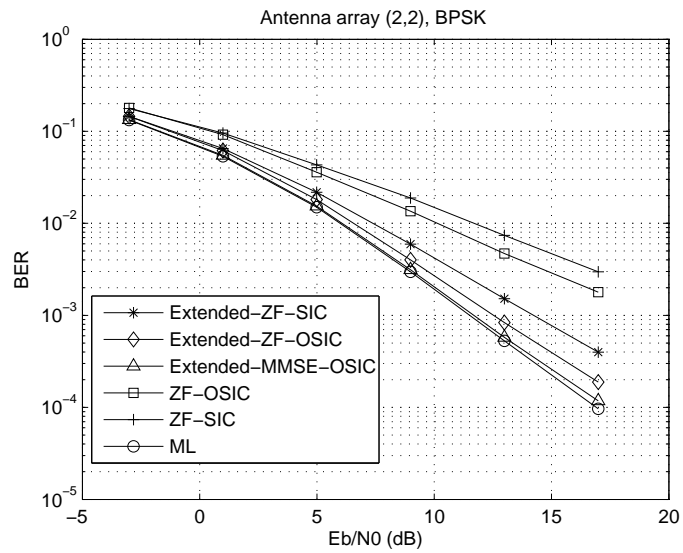


FIGURE 2.5 – Comparaison des performances du système  $2 \times 2$



que  $x$  est une quantité scalaire) un signal QPSK :  $x$  peut donc être représenté en général comme :

$$x = \sqrt{P} \exp(j\frac{\pi}{4}k) \quad k = 1, 3, 5, 7. \quad (2.52)$$

où  $P$  représente la puissance du signal QPSK. La constellation QPSK est montrée à la Fig. 2.6(a). Le signal QPSK peut se décomposer en deux voies I et Q, qui possèdent la même énergie. Le signal  $x$  modulé en QPSK, remplit également les conditions suivantes :

1.  $E[x(t)x(t+\tau)^T] = \mathbf{0}$  pour chaque couple  $(t, \tau)$  ;
2.  $E[x(t)] = \mathbf{0}$ .

Le signal QPSK est donc un signal circulaire. Les algorithmes EZF/EMMSE ne peuvent pas être appliqués au signal QPSK. Cependant, la situation est différente en changeant de point de vue. En considérant le problème dans une autre perspective, nous obtenons un autre résultat.

En effet, la constellation QPSK est équivalente à la superposition de deux constellations BPSK orthogonales. On peut donc dire que le signal QPSK peut être interprété comme la superposition de deux signaux BPSK sur la même fréquence, mais déphasés de 90 degrés. Nous allons obtenir un autre signal  $z$  si nous tournons la constellation QPSK de 45 degrés autour de l'origine dans le sens anti-horaire. Les composantes Q et I du signal  $z$  ne sont pas équilibrées en énergie à chaque instant à cause de la rotation de  $\frac{\pi}{4}$ . La rotation est montrée sur la Fig. 2.6. En fait,  $z$  est un signal réel ou imaginaire, il s'exprime de la façon suivante :

$$z = x \exp(j\frac{\pi}{4}) = \pm\sqrt{P} \text{ or } \pm\sqrt{P}j \quad (2.53)$$

Pour le signal réel ou imaginaire, il présente les propriétés suivantes :

**Propriété 2.3 :** Un signal scalaire  $z$ , modulé selon le schéma montré sur la Fig. 2.6.b, vérifie l'équation suivante :

$$z^* = l_1 z, \quad l_1 = \pm 1 \quad (2.54)$$

On constate que  $l_1 = 1$  correspond au cas où le signal  $z$  est réel, et  $l_1 = -1$  signifie que  $z$  est imaginaire. Considérons le cas plus compliqué où  $\mathbf{z}$  est un vecteur, nous avons alors une autre propriété.

**Propriété 2.4 :** Soit un vecteur  $\mathbf{z} = [z_1, z_2, \dots, z_n]^T$ , pour lequel on suppose que ses composantes sont des signaux indépendamment modulés selon le schéma montré sur la Fig. 2.6.b. La propriété suivante est vérifiée :

$$\mathbf{z}^* = \mathbf{M}_n \mathbf{z} \quad (2.55)$$

où

$$\mathbf{M}_n = \begin{bmatrix} l_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & l_n \end{bmatrix}, \quad l_i = \pm 1, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.56)$$

La **Propriété 2.4** peut être exploitée si on connaît la matrice  $\mathbf{M}_{N_T}$ , ( $n = N_T$ ) à l'avance. Autrement dit : on doit savoir si chaque composante de  $\mathbf{z}$  est réelle ou imaginaire à l'avance.

#### *L'algorithme proposé*

Nous considérons encore le modèle (1.1). En multipliant l'équation (1.1) par un coefficient  $\exp(j\frac{\pi}{4})$ , le modèle (1.1) est transformé sous la forme suivante :

$$\mathbf{y}' = \mathbf{H}\mathbf{z} + \mathbf{w}' \quad (2.57)$$

où

$$\mathbf{y}' = \mathbf{y} \exp(j\frac{\pi}{4}) \quad (2.58)$$

$$\mathbf{z} = \mathbf{x} \exp(j\frac{\pi}{4}) \quad (2.59)$$

$$\mathbf{w}' = \mathbf{w} \exp(j\frac{\pi}{4}) \quad (2.60)$$

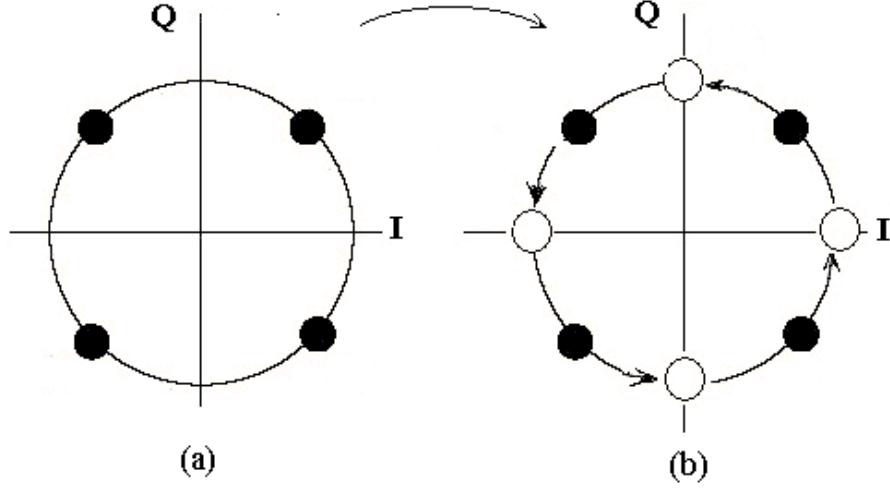


FIGURE 2.6 – Constellation QPSK

En exploitant la propriété cachée du QPSK, le conjugué de  $\mathbf{y}'$  s'écrit :

$$(\mathbf{y}')^* = \mathbf{H}^* \mathbf{M}_{N_T} \mathbf{z} + (\mathbf{w}')^* \quad (2.61)$$

Pour bien exploiter la propriété cachée que nous avons présenté précédemment, nous supposons que la matrice  $\mathbf{M}_{N_T}$  est connue, la matrice suivante est construite :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{y}' \\ (\mathbf{y}')^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H} \\ \mathbf{H}^* \mathbf{M}_{N_T} \end{bmatrix} \mathbf{z} + \begin{bmatrix} \mathbf{w}' \\ (\mathbf{w}')^* \end{bmatrix} \quad (2.62)$$

L'équation (2.62) peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\tilde{\mathbf{y}} = \tilde{\mathbf{H}} \mathbf{z} + \tilde{\mathbf{w}} \quad (2.63)$$

où

$$\tilde{\mathbf{y}} = [\mathbf{y}'^T \quad \mathbf{y}'^H]^T \quad (2.64)$$

$$\tilde{\mathbf{H}} = [\mathbf{H}^T \quad \mathbf{M}_{N_T} \mathbf{H}^H]^T \quad (2.65)$$

$$\tilde{\mathbf{w}} = [\mathbf{w}'^T \quad \mathbf{w}'^H]^T \quad (2.66)$$

L'estimateur  $\hat{\mathbf{z}}$  est donné par

$$\hat{\mathbf{z}} = \mathbf{C}\tilde{\mathbf{y}} \quad (2.67)$$

où

$$\mathbf{C} = (P\tilde{\mathbf{H}}^H\tilde{\mathbf{H}} + \sigma^2\mathbf{I})^{-1}P\tilde{\mathbf{H}}^H \quad (2.68)$$

$\mathbf{C}$  est obtenue par le critère MMSE qui minimise l'erreur quadratique moyenne. Finalement, l'estimateur  $\hat{\mathbf{x}}$  de  $\mathbf{x}$  est donné par :

$$\hat{\mathbf{x}} = \hat{\mathbf{z}} \exp(-j\frac{\pi}{4}) \quad (2.69)$$

On constate que le calcul de  $\hat{\mathbf{x}}$  est basé sur la connaissance de la matrice  $\mathbf{M}_{N_T}$ , qui est inconnue. Afin de calculer  $\hat{\mathbf{x}}$ , notre tâche majeure est donc l'évaluation de cette matrice. Il s'agit d'une matrice diagonale, dont les  $N_T$  éléments diagonaux peuvent former un vecteur  $N_T \times 1$  :  $[l_1, l_2, \dots, l_{N_T}]^T$ . Théoriquement, il existe  $2^{N_T}$  combinaisons pour toutes les valeurs possibles de  $l_1, l_2, \dots$ , et  $l_{N_T}$ . Nous avons donc au total  $2^{N_T}$  vecteurs  $[l_1, l_2, \dots, l_{N_T}]^T$  possibles. Cela signifie que nous avons  $2^{N_T}$  matrices  $\mathbf{M}_{N_T}$  possibles. Une matrice  $\mathbf{M}_{N_T}$  différente peut conduire à une solution  $\hat{\mathbf{x}}$  différente. Pour chaque matrice  $\mathbf{M}_{N_T}$  possible, un vecteur candidat est calculé selon les équations (2.67) et (2.69). Finalement,  $2^{N_T}$  vecteurs candidats sont obtenus. On suppose que  $S$  est un ensemble composé de tous les vecteurs candidats :  $S = \{\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2, \dots, \mathbf{s}_{2^{N_T}}\}$ . Les tests de vraisemblance sont exécutés parmi toutes les composantes dans l'ensemble  $S$ , selon la fonction suivante :

$$J = \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{s}_i\|^2 \quad (2.70)$$

Le vecteur candidat qui minimise le critère  $J$  est choisi. Évidemment, la complexité de l'algorithme est de l'ordre de  $O(2^{N_T})$ .

#### *Analyse de performance*

Commençons la discussion par deux problèmes d'optimisation. D'abord, supposons que  $\mathbf{M}_{N_T}$  est une matrice correspondante au vrai signal  $\mathbf{x}$ .

Problème I : Chercher une matrice  $\mathbf{C}$  de dimensions  $N_T \times 2N_R$  en minimisant le critère suivant :

$$\min J = E[\|\mathbf{C}\tilde{\mathbf{y}} - \mathbf{z}\|^2] \quad (2.71)$$

Problème II : Chercher une matrice  $\mathbf{G}$  de taille  $N_T \times N_R$  en minimisant le critère suivant :

$$\min L = E[\|\mathbf{G}\mathbf{y}' - \mathbf{z}\|^2] \quad (2.72)$$

Ces deux problèmes apparaissent comme un problème d'optimisation sans contrainte, cependant, les espaces considérés sont différents. En particulier, la matrice  $\mathbf{C}$  dans le problème I est de dimension  $N_T \times 2N_R$ , et la matrice  $\mathbf{G}$  dans le problème II est de dimension  $N_T \times N_R$ . En fait, le problème II peut se transformer en un problème d'optimisation avec contrainte dans l'espace de  $N_T \times 2N_R$ , le problème transformé s'écrit comme :

Problème III : Chercher une matrice  $\mathbf{C}'$  de dimensions  $N_T \times 2N_R$  en minimisant le critère suivant :

$$\begin{cases} \min L' = E[\|\mathbf{C}'\tilde{\mathbf{y}} - \mathbf{z}\|^2] \\ s.t. \quad \mathbf{C}' = [\mathbf{C}_1 \quad \mathbf{C}_2], \quad \mathbf{C}_2 = \mathbf{0} \end{cases} \quad (2.73)$$

où  $\mathbf{C}_1$  et  $\mathbf{C}_2$  sont les vecteurs de dimensions  $N_T \times N_R$ . Évidemment, le problème II et III sont équivalents. La solution optimale du problème III est une solution sous-optimale du problème I, parce que les problèmes I et III ont la même fonction objectif. Mais le problème III est contraint par une condition supplémentaire  $\mathbf{C}_2 = \mathbf{0}$ . C'est à dire :

$$J_{min} \leq L_{min} = L'_{min} \quad (2.74)$$

Cela signifie que :

$$\|\hat{\mathbf{z}} - \mathbf{z}\|^2 \leq \|\hat{\mathbf{z}}_G - \mathbf{z}\|^2 \quad (2.75)$$

où,  $\hat{\mathbf{z}}_G = \mathbf{G}\mathbf{y}'$ . C'est à dire :

$$\|\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x}\|^2 \leq \|\hat{\mathbf{x}}_G - \mathbf{x}\|^2 \quad (2.76)$$

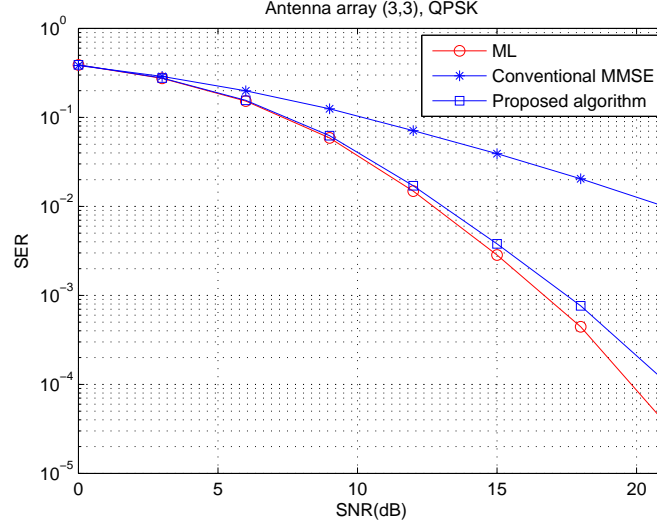


FIGURE 2.7 – Comparaison des performances basées sur un système QPSK,  $N_T = N_R = 3$

où,  $\hat{\mathbf{x}}_G$  est l'estimateur MMSE de  $\mathbf{x}$ .

#### Résultat de simulation

Les performances de l'algorithme proposé sont étudiées et vérifiées par la méthode de Monte-Carlo. Des groupes de simulation ont été exécutés en considérant des configurations d'antennes différentes. Dans les simulations, le paramètre  $SNR$  est défini comme suit :

$$SNR = \frac{PN_T}{\sigma^2} \quad (2.77)$$

Le  $SNR$  est représenté en dB dans les figures. Les simulations sont basées sur des systèmes V-BLAST avec des réseaux d'antennes  $3 \times 3$ ,  $4 \times 3$  ( $N_R \times N_T$ ) et  $4 \times 4$ , respectivement. D'après les résultats obtenus par les simulations, l'algorithme proposé est bien meilleur que le détecteur MMSE traditionnel en termes du taux d'erreur binaire. Précisément, l'algorithme proposé peut atteindre des performances quasi-optimales.

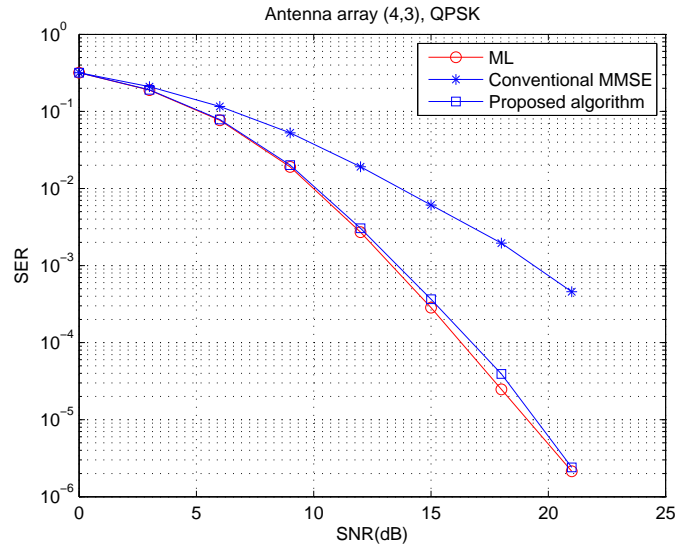


FIGURE 2.8 – Comparaison des performances basées sur un système QPSK,  $N_T = 3, N_R = 4$

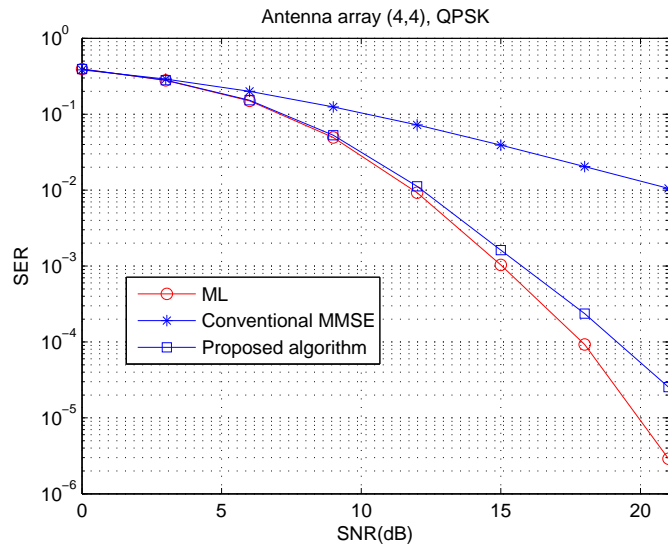


FIGURE 2.9 – Comparaison des performances basées sur un système QPSK,  $N_T = N_R = 4$

## 2.10 Conclusion

Nous avons étudié la détection de système MIMO transmettant des signaux non-circulaires. Des algorithmes efficaces à faible complexité pour la détection MIMO sont proposés. Ces détecteurs peuvent effectivement réduire l'influence de l'interférence par l'exploitation de l'information du signal reçu et sa version conjuguée qui fournit un accroissement des degrés de libertés pour la conception du récepteur. L'espace considéré est étendu des dimensions  $N_R \times N_T$  aux dimensions  $2N_R \times N_T$ . Pour le détecteur EZF, comparé avec ZF, l'énergie d'interférence est réduite au moins de moitié. D'ailleurs, le détecteur EZF (ou EMMSE) possède presque la même complexité que ZF (ou MMSE). En outre, le détecteur EZF (ou EMMSE) est amélioré par l'algorithme EZF-OSIC (ou EMMSE-OSIC) qui a des performances quasi-optimales. Nous nous sommes concentrés sur les signaux réels dans ce chapitre, cependant, une extension des algorithmes pour les signaux modulés en QPSK a été proposée. Notons de plus que les algorithmes proposés sont aussi applicables aux autres signaux non-circulaires, comme les signaux MSK, GMSK, OQAM qui sont couramment utilisés dans les systèmes de communication. Dans ce chapitre, les canaux non-sélectifs en fréquence sont considérés. La détection linéaire au sens large pour les canaux sélectifs en fréquence est aussi un problème intéressant. En particulier, la détection linéaire au sens large deviendra plus importante si OFDM/OQAM se développe comme une technologie prometteuse dans le système MIMO-OFDM pour éviter le préfixe cyclique utilisé par OFDM.





# Détecteur pour signaux circulaires

---

## 3.1 Limitation d'EMMSE et motivation

Considérons à nouveau, le détecteur EMMSE proposé dans le chapitre 2. La formule (2.6) est rappelée ci-dessous :

$$\mathbf{c}_i = (E[\tilde{\mathbf{y}}\tilde{\mathbf{y}}^H])^{-1}E[\tilde{\mathbf{y}}x_i^*] \quad (3.1)$$

Dans le chapitre 2, il est montré que l'amélioration en exploitant la non-circularité du signal est importante dans un système transmettant des signaux non-circulaires. En effet, l'estimation dans l'équation (2.2) est développée comme suit :

$$\begin{aligned} \hat{x}_i &= \mathbf{c}_i^H \tilde{\mathbf{y}} \\ &= E[x_i \tilde{\mathbf{y}}^H] (E[\tilde{\mathbf{y}}\tilde{\mathbf{y}}^H])^{-1} \tilde{\mathbf{y}} \end{aligned} \quad (3.2)$$

Selon l'étude du chapitre 2 :

$$\mathbf{R} = E[\tilde{\mathbf{y}}\tilde{\mathbf{y}}^H] = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_y & \mathbf{R}_c \\ \mathbf{R}_c^* & \mathbf{R}_y^* \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

$\hat{x}_i$  s'exprime alors :

$$\hat{x}_i = [E[x_i \mathbf{y}^H] E[x_i \mathbf{y}^T]] \begin{bmatrix} \mathbf{R}_y & \mathbf{R}_c \\ \mathbf{R}_c^* & \mathbf{R}_y^* \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{y} \\ \mathbf{y}^* \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

Pour le cas des signaux circulaires, la matrice de corrélation conjuguée  $\mathbf{R}_{yc}$  s'annule, en plus  $E[x_i \mathbf{y}^T] = \mathbf{0}$ , nous avons donc :

$$\hat{x}_i = [E[x_i \mathbf{y}^H] \quad \mathbf{0}] \begin{bmatrix} \mathbf{R}_y^{-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & (\mathbf{R}_y^*)^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{y} \\ \mathbf{y}^* \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

Donc,  $\hat{x}_i$  devient :

$$\hat{x}_i = E[x_i \mathbf{y}^H] \mathbf{R}_y^{-1} \mathbf{y} \quad (3.6)$$

On constate que l'estimation ci-dessus est exactement la même que l'estimation MMSE traditionnelle. Autrement dit : le détecteur EMMSE est réduit au détecteur MMSE traditionnel dans le cas de signaux circulaires. Par conséquent, le détecteur EMMSE n'est plus supérieur au MMSE traditionnel pour les signaux circulaires. Malheureusement, les signaux circulaires comme le signal QPSK ou les signaux  $M$ -QAM ( $M > 4$ ) sont utilisés largement dans les systèmes de communication en raison de leur plus haute efficacité spectrale.

En général, deux raisons entraînent la circularité pour le signal QAM. Premièrement, les voies Q et I sont équilibrées en énergie et deuxièmement, les symboles transmis sont indépendants temporellement. Si l'une de ces caractéristique est détruite, un signal QAM ne sera plus circulaire. Dans ce chapitre, on essaie de déséquilibrer les deux voies en énergie et on crée un signal non-circulaire afin d'exploiter les propriétés de la non circularité du signal.

### 3.2 Algorithme proposé : détecteur basé sur le traitement linéaire au sens large

Dans cette partie, une technique est proposée pour transformer le signal reçu en un signal non-circulaire. Selon cette technique, la composante du signal dans la voie  $I$  (ou  $Q$ ) est éliminée. Cette élimination déséquilibre l'énergie de voie I et Q, la non circularité est donc introduite. On sait que le vrai signal  $\mathbf{x}$  peut être estimé

par  $\hat{\mathbf{x}}_{M-SIC}$  en utilisant MMSE-OSIC [D.Tse 2007] comme suit :

$$\bar{\mathbf{x}} = \text{slice}[\hat{\mathbf{x}}_{M-SIC}] \quad (3.7)$$

Supposons que :

$$\bar{\mathbf{x}} = \mathbf{x} + \Delta \quad (3.8)$$

où  $\Delta$  est l'erreur d'estimation. Définissons :

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &= \mathbf{x}_R + j\mathbf{x}_I & \mathbf{x}_R &= \Re(\mathbf{x}) & \mathbf{x}_I &= \Im(\mathbf{x}) \\ \bar{\mathbf{x}} &= \bar{\mathbf{x}}_R + j\bar{\mathbf{x}}_I & \bar{\mathbf{x}}_R &= \Re(\bar{\mathbf{x}}) & \bar{\mathbf{x}}_I &= \Im(\bar{\mathbf{x}}) \\ \Delta &= \Delta_R + j\Delta_I & \Delta_R &= \Re(\Delta) & \Delta_I &= \Im(\Delta) \end{aligned} \quad (3.9)$$

Dans le système (1.1), éliminons  $\mathbf{x}_I$  du signal reçu  $\mathbf{y}$  comme suit :

$$\mathbf{z} = \mathbf{y} - j\mathbf{H}\mathbf{x}_I \quad (3.10)$$

Selon l'équation (3.8) et (3.9),  $\mathbf{x}_I = \bar{\mathbf{x}}_I - \Delta_I$ , nous avons :

$$\mathbf{z} = \mathbf{y} - j\mathbf{H}\bar{\mathbf{x}}_I + j\mathbf{H}\Delta_I = \mathbf{H}\mathbf{x}_R + \mathbf{w} \quad (3.11)$$

La partie réelle  $\mathbf{x}_R$  est un signal PAM. Par conséquent, un système non circulaire est obtenu. De la même façon, on construit la matrice suivante qui est basée sur l'équation (3.11) :

$$\tilde{\mathbf{z}} = \tilde{\mathbf{H}}\mathbf{x}_R + \tilde{\mathbf{w}} \quad (3.12)$$

où  $\tilde{\mathbf{z}} = [\mathbf{z}^T \ \mathbf{z}^H]^T$ .  $\mathbf{x}_R$  peut donc être estimé par la méthode EMMSE selon l'équation suivante :

$$\hat{\mathbf{x}}_{R-E} = \mathbf{C}_{EMMSE}\tilde{\mathbf{z}} \quad (3.13)$$

où

$$\mathbf{C}_{EMMSE} = \frac{1}{2}P\tilde{\mathbf{H}}^H\mathbf{R}^{-1} \quad (3.14)$$

et

$$\mathbf{R} = E[\widetilde{\mathbf{z}}\widetilde{\mathbf{z}}^H] = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_z & \mathbf{R}_{zc} \\ \mathbf{R}_{zc}^* & \mathbf{R}_z^* \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_z &= E[\mathbf{z}\mathbf{z}^H] = \frac{1}{2}P\mathbf{H}\mathbf{H}^H + \sigma^2\mathbf{I}_{N_R} \\ \mathbf{R}_{zc} &= E[\mathbf{z}\mathbf{z}^T] = \frac{1}{2}P\mathbf{H}\mathbf{H}^T \end{aligned} \quad (3.16)$$

Le vrai signal  $\mathbf{x}$  est estimé par l'équation suivante :

$$\check{\mathbf{x}} = \widehat{\mathbf{x}}_{R-E} + j\check{\mathbf{x}}_I \quad (3.17)$$

où  $\check{\mathbf{x}}_I$  représente l'estimateur de  $\mathbf{x}_I$  selon  $\mathbf{x}_I = \bar{\mathbf{x}}_I - \Delta_I$ . Le vecteur candidat  $\mathbf{s}$  est obtenu par la quantification  $\mathbf{s} = \text{slice}[\check{\mathbf{x}}]$ .

### 3.2.1 L'évaluation de $\Delta_I$

Afin d'obtenir une estimation correcte, nous avons besoin d'une expression exacte de l'équation (3.11). La tâche majeure est l'évaluation de  $\mathbf{z}$ . Par conséquent, il est nécessaire d'estimer le vecteur d'erreur  $\Delta_I$ . Pour l'évaluation de  $\Delta_I$ , nous tenons compte des  $N_T + 1$  cas théoriques suivants :

Cas 1 : Toutes les composantes de la partie imaginaire  $\mathbf{x}_I$  sont détectées correctement, c'est à dire  $\Delta_I = \mathbf{0}$ .

Cas 2 : Une composante seule de  $\mathbf{x}_I$ , e.g.  $\mathbf{x}_I(k_1)$ , est mal détectée. On peut supposer que  $\bar{\mathbf{x}}_I(k_1) - \mathbf{x}_I(k_1) = m_1 d$ ,  $d$  représente la distance entre les deux points voisins qui sont plus proches dans le plan de la constellation utilisée.

Cas 3  $\dots$ , cas  $N_T + 1$  correspondent aux situations comportant 2,  $\dots$ ,  $N_T$  erreurs respectivement. Selon les cas,  $\Delta_I$  peut s'exprimer mathématiquement de la façon suivante [Y.Ding 2010b] :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{cas 1 : } \Delta_I = \mathbf{0} \quad \text{avec une probabilité } p_0 \\ \text{cas 2 : } \Delta_I = \mathbf{P}^{k_1-1}[m_1 d, 0, \dots, 0]^T \quad \text{avec une probabilité } p_1, \\ \quad k_1 \in \{1, 2, \dots, N_T\}, k_1 \text{ représente la position de l'erreur,} \\ \quad m_1 \text{ est un nombre entier positif.} \\ \text{cas 3 : } \Delta_I = \mathbf{P}^{k_1-1}[m_1 d, 0, \dots, 0]^T + \mathbf{P}^{k_2-1}[m_2 d, 0, \dots, 0]^T \quad \text{avec une probabilité } p_2 \\ \quad m_1, m_2 \text{ sont les nombres entiers positifs, } k_1, k_2 \in \{1, 2, \dots, N_T\}, k_1 \neq k_2, \\ \quad k_1, k_2 \text{ représentent les positions des erreurs} \\ \quad \dots\dots\dots \\ \text{cas } N_T + 1 : \Delta_I = \left( \sum_{i=1}^{N_T} \mathbf{P}^{k_i-1}[m_i d, 0, \dots, 0]^T \right), \text{ avec une probabilité } p_{N_T} \\ \quad k_1, \dots, k_{N_T} \in \{1, 2, \dots, N_T\}, k_1 \neq k_2 \neq \dots \neq k_{N_T}, m_i \text{ sont les nombres} \\ \quad \text{entiers positifs, } k_1, \dots, k_{N_T} \text{ représentent les positions des erreurs} \end{array} \right. \quad (3.18)$$

où  $p_0 \gg p_1 > p_2 > \dots > p_{N_T}$  et  $\sum_{i=0}^{N_T} p_i = 1$  sont vérifiées pour un vaste intervalle de valeur de  $SNR$ . Définissons  $\mathbf{P}^0 = \mathbf{I}$ , où  $\mathbf{P}$  est une matrice  $N_T \times N_T$  donnée par :

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & 1 & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \ddots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

Les vecteurs candidats correspondants aux cas énumérés ci-dessus peuvent être calculés selon l'équation (3.17). On suppose que  $S$  est un ensemble composé de tous les vecteurs candidats possibles et  $S = \{\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2, \dots\}$ . Un test de vraisemblance est exécuté pour chaque vecteur candidat dans l'ensemble  $S$ . Le test de vraisemblance est effectué en utilisant l'erreur quadratique suivante :

$$J = \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{s}_i\|^2 \quad (3.20)$$

Le vecteur candidat qui minimise le critère  $J$  est choisi. Afin de simplifier la réalisation pratique, il n'est pas nécessaire de tenir compte de tous les cas possibles. Nous considérons seulement les  $L$  ( $L \leq N_T + 1$ ) premiers cas énumérés dans l'équation (3.18), car ces cas se produisent avec une plus forte probabilité que les autres. Pour un schéma de modulation spécifique, le nombre des vecteurs candidats est fortement réduit par la simplification de  $\Delta_I$ .

### 3.2.2 Signaux $M$ -QAM

Théoriquement,  $m_i$  dans la formule (3.18) a des choix multiples pour déterminer  $\Delta_I$  si  $\mathbf{x}$  est un signal  $M$ -QAM modulé ( $M > 4$ ). Cependant, une décision erronée se produit avec une plus forte probabilité entre les deux points les plus proches dans la constellation. Par conséquent, nous choisissons  $m_i = \pm 1$  afin de simplifier le problème. La formule (3.18) se simplifie comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{cas 1 : } \Delta_I = \mathbf{0} \quad \text{avec la probabilité de } p_0 \\ \text{cas 2 : } \Delta_I = [l_1 d, l_2 d, \dots, l_{N_T} d]^T \quad \text{approximativement avec la probabilité de } p_1, \\ \quad l_i \in \{-1, 0, 1\}, \sum_{i=1}^{N_T} |l_i| = 1 \\ \text{cas 3 : } \Delta_I = [l_1 d, l_2 d, \dots, l_{N_T} d]^T \quad \text{approximativement avec la probabilité de } p_2, \\ \quad l_i \in \{-1, 0, 1\}, \sum_{i=1}^{N_T} |l_i| = 2 \\ \quad \dots\dots\dots \\ \text{cas } N_T + 1 : \Delta_I = [l_1 d, l_2 d, \dots, l_{N_T} d]^T \quad \text{approximativement avec la probabilité de } p_{N_T}, \\ \quad l_i \in \{-1, 0, 1\}, \sum_{i=1}^{N_T} |l_i| = N_T \end{array} \right. \quad (3.21)$$

Selon la formule (3.18), il y a au maximum  $2^{n-1} C_{N_T}^{n-1}$  vecteurs candidats pour le cas  $n$ , où  $C_k^l$  représente le nombre des combinaisons de  $l$  composantes dans un ensemble qui se compose de  $k$  composantes. Au total, nous avons au maximum  $\sum_{n=1}^L (2^{n-1} C_{N_T}^{n-1})$  vecteurs candidats si les  $L$  premiers cas dans l'équation (3.21) sont considérés.

### 3.2.3 Signal QPSK (4-QAM)

Pour le cas des signaux modulés en QPSK, chaque composante de  $\mathbf{x}_I$  a seulement deux valeurs possibles :  $\frac{d}{2}$  et  $-\frac{d}{2}$ . Nous pouvons changer de polarité si l'estimation  $\bar{\mathbf{x}}_I(k)$  est erronée. Donc,  $\Delta_I$  s'exprime comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{cas 1 : } \Delta_I = \mathbf{0} \quad \text{avec la probabilité de } p_0 \\ \text{cas 2 : } \Delta_I = 2[l_1\bar{\mathbf{x}}_I(1), l_2\bar{\mathbf{x}}_I(2), \dots, l_{N_T}\bar{\mathbf{x}}_I(N_T)]^T \quad \text{avec la probabilité de } p_1, \\ \quad l_i \in \{0, 1\}, \sum_{i=1}^{N_T} l_i = 1 \\ \text{cas 3 : } \Delta_I = 2[l_1\bar{\mathbf{x}}_I(1), l_2\bar{\mathbf{x}}_I(2), \dots, l_{N_T}\bar{\mathbf{x}}_I(N_T)]^T \quad \text{avec la probabilité de } p_2, \\ \quad l_i \in \{0, 1\}, \sum_{i=1}^{N_T} l_i = 2 \\ \quad \dots\dots\dots \\ \text{cas } N_T + 1 : \Delta_I = 2[l_1\bar{\mathbf{x}}_I(1), l_2\bar{\mathbf{x}}_I(2), \dots, l_{N_T}\bar{\mathbf{x}}_I(N_T)]^T \quad \text{avec la probabilité de } p_{N_T}, \\ \quad l_i \in \{0, 1\}, \sum_{i=1}^{N_T} l_i = N_T \end{array} \right. \quad (3.22)$$

On constate qu'il y a  $C_{N_T}^{n-1}$  vecteurs candidats pour le cas  $n$ . puisque  $p_0 \gg p_1 > p_2 > \dots > p_{N_T}$ , une simplification peut être obtenue en considérant les deux premiers cas ( $L = 2$ ) ou les trois premiers ( $L = 3$ ) cas, qui possèdent  $C_{N_T}^0 + C_{N_T}^1$  ou  $C_{N_T}^0 + C_{N_T}^1 + C_{N_T}^2$  vecteurs candidats respectivement. Nous avons au total  $\sum_{n=1}^L (C_{N_T}^{n-1})$  vecteurs candidats si les  $L$  premiers cas dans l'équation (3.22) sont considérés.

### 3.2.4 Calcul du vecteur candidat

Le vecteur candidat est donné par la formule (3.17). Cependant, il est inefficace de répéter la multiplication de matrice dans la formule (3.13) pour calculer chaque vecteur candidat. Il est donc nécessaire d'optimiser la structure de la formule (3.13) afin d'éviter les multiplications redondantes et gagner du temps. En combinant les formules (3.13) et (3.11), nous avons :

$$\hat{\mathbf{x}}_{R-E} = \mathbf{m} + \mathbf{M}\Delta_I \quad (3.23)$$



où  $\mathbf{M} = \mathbf{C}_{EMMSE}[j\mathbf{H}^T \quad -j\mathbf{H}^H]^T$ ,  $\mathbf{m} = \mathbf{C}_{EMMSE}[(\mathbf{y} - j\mathbf{H}\bar{\mathbf{x}}_I)^T \quad (\mathbf{y}^* + j\mathbf{H}^*\bar{\mathbf{x}}_I)^T]^T$ . Pour les signaux  $M$ -QAM ( $M > 4$ ),  $\Delta_I$  s'écrit sous la forme générale suivante :

$$\Delta_I = [l_1 d, l_2 d, \dots, l_{N_T} d]^T \quad (3.24)$$

où  $l_i \in \{1, -1, 0\}$ . L'équation (3.23) est transformée en :

$$\hat{\mathbf{x}}_{R-E} = \mathbf{m} + d \sum_{i=1}^{N_T} [\mathbf{M}(:, i) l_i] \quad (3.25)$$

Pour un signal QPSK,  $\Delta_I$  s'exprime comme suit :

$$\Delta_I = [2l_1 \bar{\mathbf{x}}_I(1), 2l_2 \bar{\mathbf{x}}_I(2), \dots, 2l_{N_T} \bar{\mathbf{x}}_I(N_T)]^T \quad (3.26)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{R-E} = \mathbf{m} + \sum_{i=1}^{N_T} 2[\mathbf{M}(:, i) l_i \bar{\mathbf{x}}_I(i)] \quad (3.27)$$

où  $l_i \in \{1, 0\}$ . Le calcul de  $\hat{\mathbf{x}}_{R-E}$  est simplifié. Les vecteurs candidats sont obtenus selon l'équation (3.17). Par conséquent, les multiplications de matrice dans la formule (3.13) qui prennent beaucoup de temps sont remplacées par des addition simples. L'efficacité de calcul est donc grandement améliorée.

### 3.3 L'analyse analytique de performance

Au début de cette partie, rappelons la **propriété 2.1** du chapitre 2 :

**Propriété 2.1** : Pour un signal réel  $\mathbf{x}$ , on suppose que  $\hat{\mathbf{x}}_{ZF}$  est l'estimateur de  $\mathbf{x}$  par la méthode ZF traditionnelle, et  $\hat{\mathbf{x}}_{EZF}$  par l'EZF,  $\hat{\mathbf{x}}_{EMMSE}$  par l'EMMSE, respectivement, nous avons :

$$E[\|\hat{\mathbf{x}}_{EMMSE} - \mathbf{x}\|^2] < E[\|\hat{\mathbf{x}}_{EZF} - \mathbf{x}\|^2] \leq \frac{1}{2} E[\|\hat{\mathbf{x}}_{ZF} - \mathbf{x}\|^2] \quad (3.28)$$

En effet,  $E[\|\hat{\mathbf{x}}_{EMMSE} - \mathbf{x}\|^2] < \frac{1}{2} E[\|\hat{\mathbf{x}}_{ZF} - \mathbf{x}\|^2] = \frac{1}{2} \|\mathbf{H}^\dagger\|^2 \sigma^2$ . En cas où le signal  $\mathbf{x}$  est modulé en QPSK ou QAM, nous avons :

$$E[\|\hat{\mathbf{x}}_{R-E} - \mathbf{x}_R\|^2] < \frac{1}{2} E[\|\hat{\mathbf{x}}_{ZF} - \mathbf{x}\|^2] = \frac{1}{2} \|\mathbf{H}^\dagger\|^2 \quad (3.29)$$

$\check{\mathbf{x}}_I = \mathbf{x}_I$  est vrai si  $\Delta_I$  est correctement évalué. Cela signifie que  $\|\check{\mathbf{x}} - \mathbf{x}\|^2 = \|\hat{\mathbf{x}}_{R-E} - \mathbf{x}_R\|^2$ , Nous avons donc :

$$E[\|\check{\mathbf{x}} - \mathbf{x}\|^2] < \frac{1}{2} E[\|\hat{\mathbf{x}}_{ZF} - \mathbf{x}\|^2] \quad (3.30)$$

Par conséquent, la propriété suivante est obtenue :

**Propriété 3.1 :** Si  $\mathbf{x}$  est un signal QAM (ou QPSK), on suppose que  $\hat{\mathbf{x}}_{ZF}$  est un estimateur de  $\mathbf{x}$  par la méthode ZF traditionnelle, et  $\check{\mathbf{x}}$  par l'algorithme proposé, la formule suivante est vérifiée si  $\Delta_I$  est évalué correctement :

$$E[\|\check{\mathbf{x}} - \mathbf{x}\|^2] \leq \frac{1}{2} E[\|\hat{\mathbf{x}}_{ZF} - \mathbf{x}\|^2] \quad (3.31)$$

### 3.4 Complexité du calcul

Le calcul de détecteur EMMSE a été discuté dans le chapitre 2. Dans cette partie, nous allons donc faire une analyse concernant la complexité de détecteur proposé dans ce chapitre. À part le calcul de la matrice EMMSE, nous avons besoin d'un test de vraisemblance pour chaque vecteur candidat. En plus, les tests de vraisemblance parmi les vecteurs candidats constituent une grande partie du calcul. Selon la discussion des sections 3.2.2 et 3.2.3,  $L = N_T + 1$ , si on considère tous les cas possibles. Pour le signal  $M$ -QAM ( $M > 4$ ), nous avons au total  $\sum_{n=1}^{N_T+1} (2^{n-1} C_{N_T}^{n-1}) = 3^{N_T}$  vecteurs candidats et pour le signal QPSK, le nombre total est  $\sum_{n=1}^{N_T+1} (C_{N_T}^{n-1}) = 2^{N_T}$ . La borne supérieure de l'ordre de la complexité est  $O(3^{N_T})$  et  $O(2^{N_T})$  pour le signal  $M$ -QAM et QPSK, respectivement. Elle est indépendante du schéma de modulation et elle est déterminée par le nombre d'antennes d'émission. Il est bien connu que la borne inférieure de la complexité moyenne de SD (sphere-decoder) est exponentielle [Jalden 2005]. Théoriquement, FSD doit maintenir sa complexité à l'ordre  $O(M^{\sqrt{N_T}})$  pour atteindre une performance quasi-optimale [Jalden 2007], où  $M$  est le nombre de points dans la constellation utilisée qui dépend du schéma de modulation. La Fig. 3.1 compare les bornes supérieures de la complexité entre FSD et l'algorithme proposé avec  $L = N_T + 1$ . La Fig. 3.1 montre que l'algorithme proposé a moins de vecteurs candidats que FSD si le nombre d'antennes à l'émission se

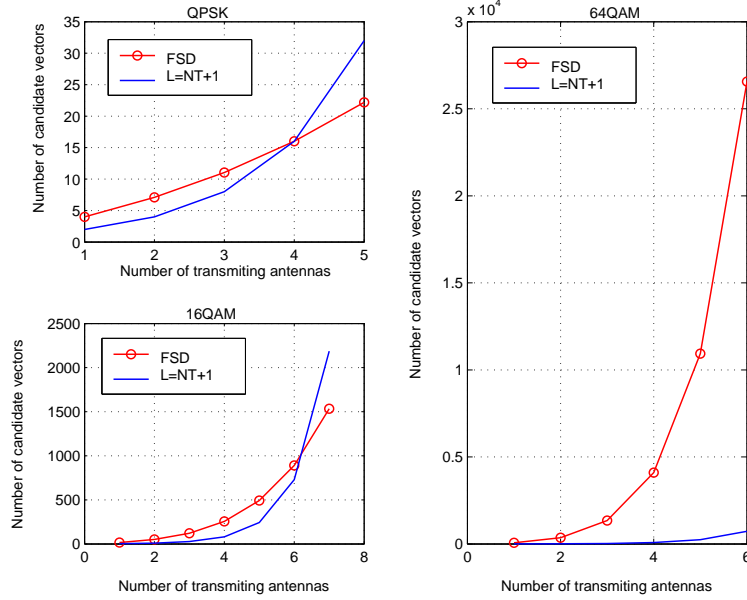


FIGURE 3.1 – Comparaison des bornes supérieures de complexité entre FSD ( $M^{\sqrt{N_T}}$ ) et l’algorithme proposé

trouve dans un intervalle utilisable. Pratiquement,  $N_T \in [1, 4]$  pour le signal QPSK et  $N_T \in [1, 6]$  pour le signal 16-QAM. Pour le signal 64QAM, l’algorithme proposé considère presque toujours moins de vecteurs candidats que FSD. En pratique, le FSD est réalisé comme  $\text{FSD}(1, \dots, M)$  en raison de sa simplicité, parce que  $\text{FSD}(1, \dots, M)$  a seulement  $M$  vecteurs candidats. L’algorithme proposé avec  $L = 2$  possède  $1 + N_T$  vecteurs candidats pour le signal QPSK, et  $1 + 2N_T$  pour le signal  $M$ -QAM. Il est facile de vérifier que l’algorithme proposé a encore moins de vecteurs candidats que le  $\text{FSD}(1, \dots, M)$  si  $N_T \leq 7$  (ou  $N_T \leq 31$ , respectivement) pour un signal 16-QAM (ou signal 64-QAM, respectivement). Le détail est montré sur la Fig. 3.2.

### 3.5 Résultats de simulation

Les performances de l’algorithme proposé, en termes de taux d’erreur symbole (Symbol Error Rate, SER), sont examinées par la méthode de Monte-Carlo. Pendant la simulation, des réseaux d’antennes différents sont considérés. Le système étudié

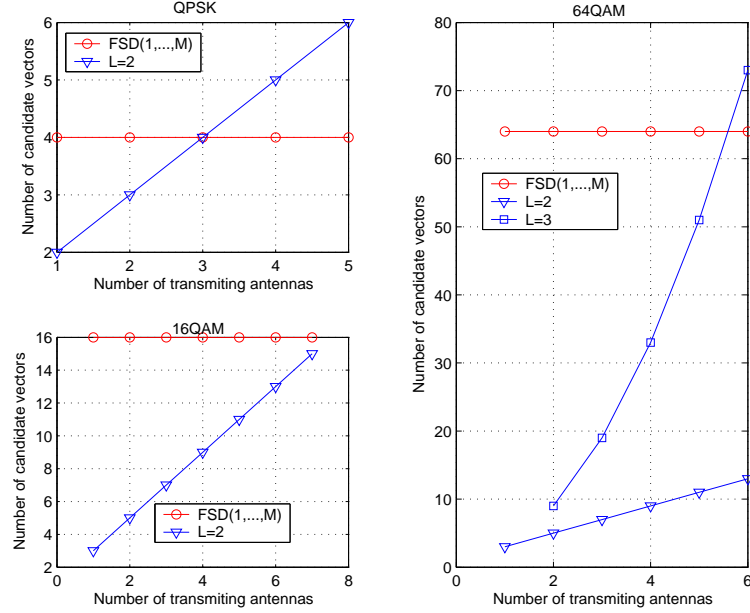


FIGURE 3.2 – Comparaison de la complexité entre FSD  $(1, \dots, M)$  et l'algorithme proposé ( $L = 2$ , ou  $L=3$ )

est un système V-BLAST. Le  $SNR$  est défini par :

$$SNR = \frac{PN_T}{\sigma^2} \quad (3.32)$$

et exprimé en dB sur les figures. Les Fig. 3.3 et Fig. 3.4 sont basées sur un système modulé en QPSK avec des réseaux d'antennes  $2 \times 2$  et  $3 \times 3$ , respectivement. Ces figures montrent qu'il y a très peu de distinction parmi les courbes SER de ML, FSD( $1, \dots, M$ ) et de l'algorithme proposé ( $L = 2$ ,  $L = 3$ , or  $L = 4$ ). La Fig. 3.5 illustre le cas d'un système 16QAM avec un réseau d'antennes  $4 \times 3$ . Même si une plus grande valeur de  $L$  conduit à de meilleures performances en SER théoriquement, on constate que les courbes SER appartenant différentes valeurs de  $L$  se chevauchent mutuellement. Différentes valeurs de  $L$  fait très peu de différence en termes de SER. Cependant, il faut noter que le cas  $L = N_T$  possède  $2^{N_T}$  moins de vecteurs candidats que le cas  $L = N_T + 1$  pour le système 16QAM ou 64QAM. La situation d'un système 64QAM est montrée à la Fig.3.6 dans le cas d'un système  $5 \times 4$ . Une

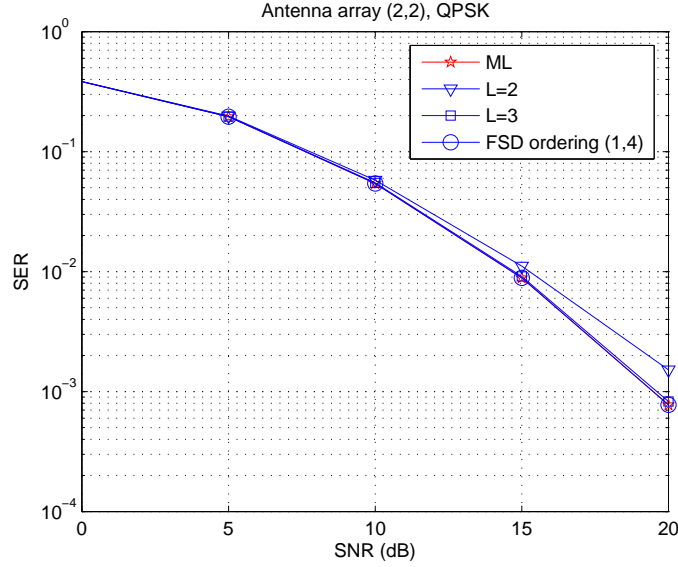
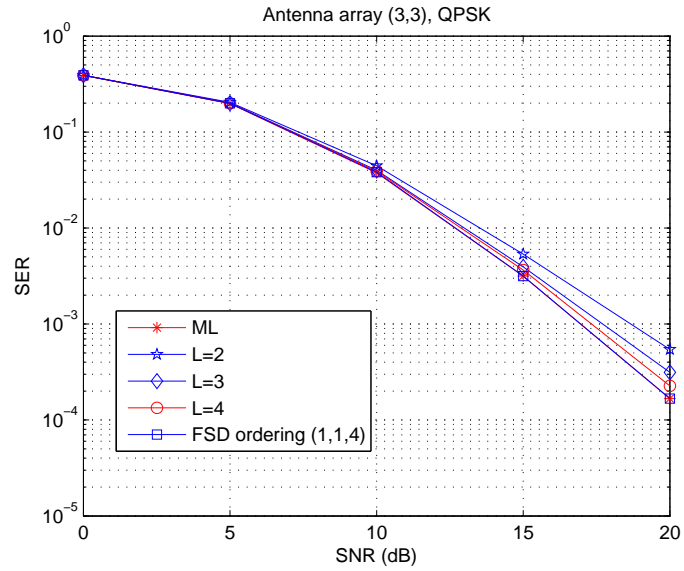
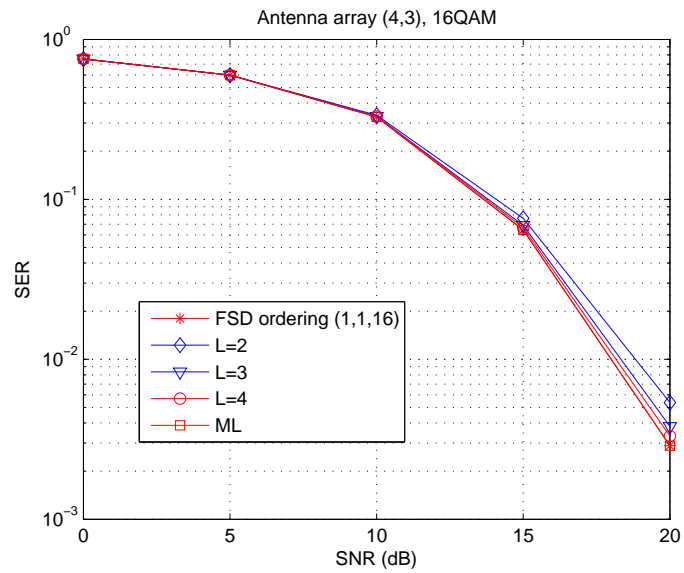


FIGURE 3.3 – Comparaison des performances (QPSK,  $N_T = N_R = 2$ )

conclusion similaire peut en être tirée. Le cas  $L = 2$  (ou 3) est un bon choix, parce que l'algorithme proposé avec  $L = 2$  (ou 3) peut arriver à un bon compromis entre les performances SER et la complexité. Il atteint les performances quasi-ML mais avec moins de vecteurs candidats que le FSD.

### 3.6 Conclusion

Dans ce chapitre, des algorithmes efficaces et à complexité raisonnable sont proposés pour la détection dans un système MIMO. Le filtrage linéaire au sens large utilisé souvent en cas des signaux non-circulaires, est étendu aux signaux circulaires (e.g QPSK, QAM). Il est montré que l'algorithme ( $L = 2$  or  $L = 3$ ) proposé a des performances quasi-ML et que sa complexité est comparable au FSD( $1, \dots, M$ ) en cas du signal QPSK, elle est plus faible que le FSD( $1, \dots, M$ ) en cas des signaux 16-QAM et 64-QAM dans un intervalle applicable de valeur  $N_T$ . D'ailleurs, l'algorithme proposé est aussi applicable pour les autres signaux circulaires, par exemple pour les modulations de phase (PSK).

FIGURE 3.4 – Comparaison des performances (QPSK,  $N_T = N_R = 3$ )FIGURE 3.5 – Comparaisons des performances (16QAM,  $N_T = 3, N_R = 4$ )

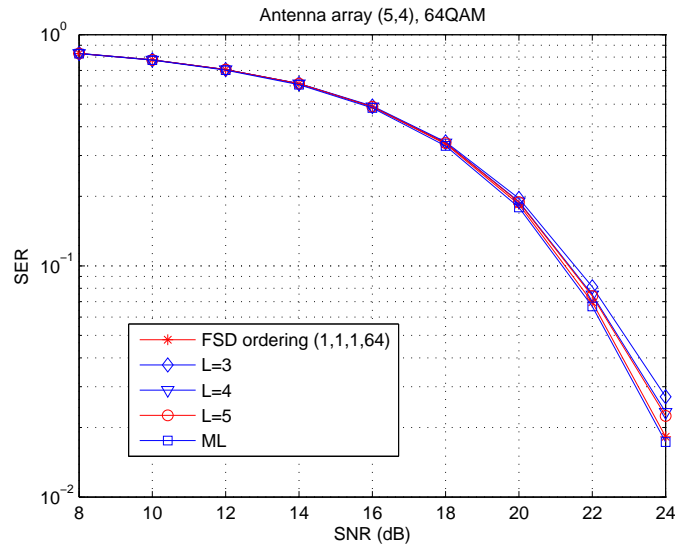


FIGURE 3.6 – Comparaison des performances (64QAM,  $N_T = 4$ ,  $N_R = 5$ )

# Ordonnancement robuste pour le décodage sphérique à complexité fixée

---

## 4.1 Motivation

Le FSD-ZF peut fournir des performances quasi-ML. Cependant, son pré-traitement d'ordonnancement est basé sur l'hypothèse que  $N_R \geq N_T$ , parce que la pseudo-inverse à gauche  $\mathbf{H}^\dagger = (\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^H$  n'existe pas si  $N_R < N_T$ . Dans cette dernière situation, les performances se détériorent très rapidement, comme montrés à la Fig.4.3. (où la pseudo-inverse à gauche est encore calculée par la fonction MATLAB “*pinv*(·)”, nous faisons ce calcul uniquement pour une démonstration même si la pseudo-inverse à gauche de  $\mathbf{H}$  n'existe plus dans ce cas-la.). On se demande s'il est possible de développer un FSD robuste à la configuration d'antennes (c'est-à-dire, dans les deux cas :  $N_T \leq N_R$  et  $N_T > N_R$ ) ? D'autre part, selon le FSD-ZF, la sélection des composantes du signal  $\mathbf{x}$  à l'étape FE (Full Expansion) dépend de l'amplification du bruit sur la composante elle-même. Cependant, il est plus logique et raisonnable de faire une sélection en tenant compte de l'impact de la sélection FE sur l'étape SE (Single Expansion). En fait, le FSD-ZF fonctionne comme un OSIC étendu : la composante ayant la plus grande amplification du bruit est d'abord détectée et supprimée dans l'étape FE, à cette étape, on essaie toutes les possibilités des composantes ; la détection OSIC est ensuite effectuée à l'étape SE. Dans la suite, un FSD robuste à toutes les configurations d'antennes est étudié du point de vue OSIC.



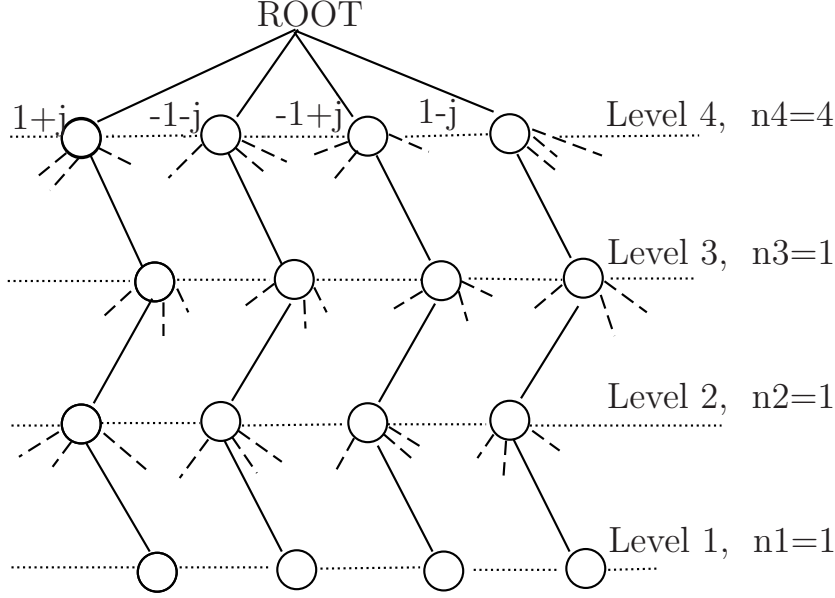


FIGURE 4.1 – L'arbre généré par la recherche de FSD(1, 1, 1, 4) (QPSK,  $N_T = 4$ ,  $p = 1$ )

## 4.2 FSD robuste (Robust Fixed-complexity Sphere Decoder, RFSD)

### 4.2.1 RFSD sans information à priori du bruit (RFSD-ZF)

Sans information sur le bruit, le signal transmis,  $\mathbf{x}$ , peut être estimé par ZF selon l'équation suivante :

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{x} + \mathbf{H}^\dagger \mathbf{w} \quad (4.1)$$

$\mathbf{H}^\dagger$  a tendance à amplifier le bruit. À cause de cette amplification, le FSD fait un prétraitement d'ordonnancement de détection des composantes selon l'amplification de bruit. Cet ordonnancement a deux objectifs [Barbero 2006a] : le premier est de détecter et supprimer les composantes l'une après l'autre à l'étape FE, la composante avec la plus grande amplification de bruit est détectée en premier lieu ; l'autre objectif est de détecter et de supprimer les autres composantes l'une après l'autre à l'étape SE, où la composante avec la plus faible amplification de bruit est détectée en premier. Cependant, la mise à zéro des colonnes possédant la plus grande am-

## 4.2. FSD robuste (Robust Fixed-complexity Sphere Decoder, RFSD) 73

plification du bruit dans l'étape FE ne conduit pas nécessairement aux plus faibles amplifications de bruits dans l'étape SE. C'est le point de départ de la proposition du RFSD-ZF. Si  $p$  composantes sont sélectionnées dans l'étape FE, il reste  $N_T - p$  composantes à l'étape SE. C'est-à-dire, la sélection de  $p$  composantes à l'étape FE est équivalente à la sélection de  $N_T - p$  composantes à l'étape SE. Inspiré de cette idée, le RFSD-ZF divise l'ordonnancement en deux étapes :

1. La sélection de  $N_T - p$  composantes pour la détection à l'étape SE : Elle est réalisée indirectement par la sélection de  $p$  composantes pour la détection à l'étape FE. Le critère de la sélection est de minimiser l'amplification du bruit sur l'étape SE;
2. L'ordonnancement de  $N_T - p$  composantes sélectionnées pour la détection à l'étape SE. Le critère d'ordonnancement est OSIC.

L'ordonnancement de détection à l'étape FE consiste à choisir des colonnes qu'on va mettre à zéro dans la matrice  $\mathbf{H}$  afin de minimiser l'impact de l'amplification du bruit sur l'étape SE. Donc, l'objectif est de trouver une matrice  $\mathbf{H}_{N_T-p}$  ayant l'impact d'amplification minimale sur l'étape SE.  $\mathbf{H}_{N_T-p}$  est obtenue par la mise à zéro de  $p$  colonne(s) de  $\mathbf{H}$ .

Cas 1 :  $N_T \leq N_R$

Au niveau  $N_T - p$ , nous avons  $C_{N_T}^{N_T-p} = C_{N_T}^p$   $\mathbf{H}_{N_T-p}$  possibles.  $\mathbf{H}_{N_T-p}$  représente la matrice des canaux au niveau  $N_T - p$ . On utilise  $\mathbf{H}_{N_T-p}^r$ ,  $r = 1, 2, \dots, C_{N_T}^p$  pour les distinguer. Chaque valeur  $r$  correspond à un ordre de détection  $O_r$  et  $O_r(s)$  désigne l'index de la composante détectée au niveau  $s$  selon l'ordre  $O_r$ . À l'étape SE, on suppose que la matrice de canaux correspondant à l'ordre  $O_r$  au niveau  $s$  est représentée par  $\mathbf{H}_s^r$ ,  $s = 1, 2, \dots, N_T - p - 1$ . Elles peuvent être obtenues par l'algorithme OSIC [Wolniansky 1998] sur  $\mathbf{H}_{N_T-p}^r$ . Définissons le vecteur  $\boldsymbol{\alpha}_s^r$  servant de vecteur de référence afin d'indiquer l'amplification de bruit, exprimé ci-dessous :

$$\boldsymbol{\alpha}_s^r = [\|(\mathbf{H}_s^r)^\dagger_1\|^2, \|(\mathbf{H}_s^r)^\dagger_2\|^2, \dots, \|(\mathbf{H}_s^r)^\dagger_{N_T}\|^2]^T \quad (4.2)$$

où  $(\mathbf{H}_s^r)^\dagger_j$  est la  $j$ -ième ligne de  $(\mathbf{H}_s^r)^\dagger$ . On ignore  $\boldsymbol{\alpha}_s^r(O_r(s+1)), \dots, \boldsymbol{\alpha}_s^r(O_r(N_T))$  en mettant à zéro ces composantes. Car les composantes  $x_{O_r(s+1)}, \dots, x_{O_r(N_T)}$  sont

détectées aux niveaux précédents  $s + 1, \dots, N_T$ . Notons :

$$\mathbf{c}_{rs}^H = (\mathbf{H}_s^r)^\dagger_k, \quad k = \arg(\min_j \alpha_s^r), \quad j \neq O_r(s + 1), \dots, O_r(N_T) \quad (4.3)$$

$\mathbf{c}_{rs}$  représente le récepteur ZF au niveau  $s$  selon l'ordre  $O_r$ , son amplification du bruit est quantifiée par  $\|\mathbf{c}_{rs}\|^2$ . Afin d'obtenir la meilleure performance, l'ordre qui minimise l'impact d'amplification de bruit sur l'étape SE est choisi. La procédure s'écrit de la façon suivante [Y.Ding 2010a] :

$$\arg \min_r \sum_{s=1}^{N_T-p} \|\mathbf{c}_{rs}\|^2 \quad (4.4)$$

où  $\sum_{s=1}^{N_T-p} \|\mathbf{c}_{rs}\|^2$  est utilisé pour quantifier l'amplification du bruit à l'étape SE,  $\sum_{s=1}^{N_T-p} \|\mathbf{c}_{rs}\|^2$  représente la somme de l'amplification du bruit à tous les niveaux sur l'étape SE selon l'ordre  $O_r$ . L'ordre optimal est mémorisé par le vecteur **index**, le RFSD est exécuté selon  $p$ , **index** et  $\mathbf{c}_{rs}$ .

Cas 2 :  $N_R < N_T$

Dans ce cas, la pseudo inverse à gauche  $\mathbf{H}^\dagger$  n'existe plus, le FSD traditionnel ne fonctionne plus, parce qu'il est basé sur l'existence de  $\mathbf{H}^\dagger$ . Cependant, la pseudo inverse à gauche  $(\mathbf{H}_s^r)^\dagger$ ,  $s = 1, 2, \dots, N_T - p$  existe si  $p \geq N_T - N_R$ . Dans cette situation, au moins  $N_T - N_R$  composantes doivent être sélectionnées par la détection à l'étape FE, un sous système est donc obtenu après la sélection. Le sous système possède  $N_R$  antennes à la réception et au plus  $N_R$  antennes à l'émission. Donc, le même algorithme peut être appliqué comme dans le premier cas si nous imposons  $p \geq N_T - N_R$ . Car le RFSD est encore basé sur le ZF, nous l'appelons le RFSD-ZF. La mise en ordre de RFSD-ZF avec  $p = 2$  est exécuté selon l'algorithme suivant :

```

Preordering of RFSD – ZF
p = 2 is preset
index = [ ], HNT = H, r = 0,  $\overline{sum} = +\infty$ 
for m = 1 : 1 : NT ..... loop 1
    for l = m + 1 : 1 : NT ..... loop 2
        r = r + 1, Sr = [m, l], sum = 0
        Or = Sr, H = HNT, H(:, l) = 0, H(:, m) = 0, HrNT-p = H
        for i = NT - p : -1 : 1
            (Hir)† = ((Hir)H Hir)-1 (Hir)H
            define  $\alpha_i^r = [\|(\mathbf{H}_i^r)^\dagger_1\|^2, \|(\mathbf{H}_i^r)^\dagger_2\|^2, \dots, \|(\mathbf{H}_i^r)^\dagger_{N_T}\|^2]^T$ 
            criH = (Hir)†k, k = arg(minj αir), j ∈ {1, 2, ..., NT} - Or
            Hir(:, k) = 0, Hi-1r = Hir, Or = [k, Or]
            sum = sum + ||cri||2
        end
        if sum <  $\overline{sum}$ 
             $\overline{sum} = sum$ , index = Or
        end
    end
end
end
    
```

Même si **num** = [n<sub>1</sub>, n<sub>2</sub>, ..., n<sub>N<sub>T</sub></sub>] n'est pas indiqué sur les pseudo-codes ci-dessus, la valeur de p peut refléter le vecteur **num** = [n<sub>1</sub>, n<sub>2</sub>, ..., n<sub>N<sub>T</sub></sub>]. Parce que n<sub>i</sub> = M pour i = N<sub>T</sub>, N<sub>T</sub> - 1, ..., N<sub>T</sub> - p + 1 et n<sub>i</sub> = 1 pour i = N<sub>T</sub> - p, N<sub>T</sub> - p - 1, ..., 1. Cet algorithme est équivalent à mettre à zéro p colonnes dans la matrice **H** afin d'obtenir une matrice **H**<sub>N<sub>T</sub>-p</sub>, ensuite, l'opération OSIC est exécutée sur la matrice **H**<sub>N<sub>T</sub>-p</sub>. sum est utilisée afin d'enregistrer la somme de l'amplification du bruit à tous les niveaux de l'étape SE. Nous avons C<sup>p</sup><sub>N<sub>T</sub></sub> possibilités de mettre à zéro p colonnes dans la matrice **H**. Chaque possibilité correspond à un ordre de détection O<sub>r</sub>, r = 1, 2, ..., C<sup>p</sup><sub>N<sub>T</sub></sub>. Dans les pseudo-codes ci-dessus, S<sub>r</sub> est utilisé pour enregistrer les p composantes sélectionnées pour l'étape FE selon l'ordre O<sub>r</sub>. Nous

utilisons **index** et  $\overline{sum}$  en représentant l'ordre optimal actuellement et sa somme de l'amplification du bruit, respectivement. Finalement, l'ordre ayant la plus faible amplification du bruit est choisi. Il est enregistré par le vecteur **index**.

On constate que la recherche du RFSD-ZF est indépendante du bruit. La condition de canaux ne peut influencer sur ni le nombre de branches ni le nombre d'ordre possibles. Parce qu'ils sont déterminés par  $p$ .

*Remarques 1 :*

1. Les pseudo-codes ci-dessus sont donnés en supposant que  $p = 2$ . Il nous faut supprimer la boucle *loop 2* lorsque  $p = 1$ , et on doit ajouter une autre boucle “*loop 3*” si  $p = 3$ .
2. L'algorithme *RFSD-ZF* est simplement un cadre théorique. On constate que l'opération OSIC est comprise dans les boucles (*loop1* et *loop2*), il faut calculer la pseudo inverse à gauche à chaque itération. Afin de réduire la complexité et de maintenir la performance en même temps, un RFSD simplifié (Simplified RFSD, SRFSD) est proposé dans la suite.

#### 4.2.2 RFSD-ZF simplifié (SRFSD-ZF)

On constate qu'il faut calculer la pseudo-inverse à gauche  $(N_T - p)C_{N_T}^p$  fois pour effectuer le RFSD-ZF. Afin de réduire la complexité, nous cherchons à minimiser la borne supérieure de  $\sum_{s=1}^{N_T-p} \|\mathbf{c}_{rs}\|^2$ . Pour cela, nous considérons le vecteur de référence au niveau  $N_T - p$ ,  $\|\mathbf{a}_{N_T-p}^r\|^2$ . Il s'exprime comme [Y.Ding 2011c] :

$$\|\mathbf{a}_{N_T-p}^r\|^2 = \text{tr}[(\mathbf{H}_{N_T-p}^r)^\dagger ((\mathbf{H}_{N_T-p}^r)^\dagger)^H] \quad (4.5)$$

*Lemme 1 :*  $\|\mathbf{a}_{N_T-p}^r\|^2$  est la borne supérieure de  $\sum_{s=1}^{N_T-p} \|\mathbf{c}_{rs}\|^2$ , c'est-à-dire :

$$\sum_{s=1}^{N_T-p} \|\mathbf{c}_{rs}\|^2 \leq \text{tr}[(\mathbf{H}_{N_T-p}^r)^\dagger ((\mathbf{H}_{N_T-p}^r)^\dagger)^H] \quad (4.6)$$

□

*Démonstration :* Supposons que  $O_r$  est un ordre de détection arbitraire,

## 4.2. FSD robuste (Robust Fixed-complexity Sphere Decoder, RFSD) 77

$O_r(s)$  représente l'index de la composante détectée selon l'ordre  $O_r$  au niveau  $s$ ,  $s = N_T, N_T - 1, \dots, 1$ . Nous avons donc  $\mathbf{H}_s^r(:, O_r(i)) = \mathbf{0}$  pour  $i = N_T, N_T - 1, \dots, s + 1$ . Les deux problèmes d'optimisation suivantes sont considérés :

Problème I : Chercher un vecteur  $N_R \times 1$  :  $\mathbf{v}_{s-1}$ , ( $2 \leq s \leq N_T - p$ ) qui minimise le critère suivant pour un  $q$  donné,  $1 \leq q \leq s - 1$ .

$$\left\{ \begin{array}{l} \min J_1 = \mathbf{v}_{s-1}^H \mathbf{v}_{s-1} \\ s.t. \ 1. \ for \ all \ k \neq q, 1 \leq k \leq s - 1 \\ \quad \mathbf{v}_{s-1}^H \mathbf{H}_{s-1}^r(:, O_r(k)) = 0 \\ \quad 2. \ \mathbf{v}_{s-1}^H \mathbf{H}_{s-1}^r(:, O_r(q)) = 1 \end{array} \right. \quad (4.7)$$

Problème II : Chercher un vecteur  $N_R \times 1$  :  $\mathbf{v}_s$ , ( $2 \leq s \leq N_T - p$ ) qui minimise le critère suivant pour un  $q$  donné,  $1 \leq q \leq s - 1$ .

$$\left\{ \begin{array}{l} \min J_2 = \mathbf{v}_s^H \mathbf{v}_s \\ s.t. \ 1. \ for \ all \ k' \neq q, 1 \leq k' \leq s \\ \quad \mathbf{v}_s^H \mathbf{H}_s^r(:, O_r(k')) = 0 \\ \quad 2. \ \mathbf{v}_s^H \mathbf{H}_s^r(:, O_r(q)) = 1 \end{array} \right. \quad (4.8)$$

Le problème II est équivalent à :

$$\left\{ \begin{array}{l} \min J_2 = \mathbf{v}_s^H \mathbf{v}_s \\ s.t. \ 1. \ for \ all \ k \neq q, 1 \leq k \leq s - 1 \\ \quad \mathbf{v}_s^H \mathbf{H}_{s-1}^r(:, O_r(k)) = 0 \\ \quad 2. \ \mathbf{v}_s^H \mathbf{H}_{s-1}^r(:, O_r(q)) = 1 \\ \quad 3. \ \mathbf{v}_s^H \mathbf{H}_s^r(:, O_r(s)) = 0 \end{array} \right. \quad (4.9)$$

La différence entre ces deux problèmes est l'ajout d'une contrainte supplémentaire (Contrainte 3) pour le problème II. La solution optimale du problème II n'est donc qu'une solution sous-optimale du problème I. C'est-à-dire :  $\min(\mathbf{v}_{s-1}^H \mathbf{v}_{s-1}) \leq \min(\mathbf{v}_s^H \mathbf{v}_s)$ . En fait, le vecteur  $\mathbf{v}_{s-1}^H$  optimal et le  $\mathbf{v}_s^H$  optimal

sont donnés par  $(\mathbf{H}_{s-1}^r)_{O_r(q)}^\dagger$  et  $(\mathbf{H}_s^r)_{O_r(q)}^\dagger$  respectivement. Nous avons donc :

$$\|(\mathbf{H}_{s-1}^r)_{O_r(q)}^\dagger\|^2 \leq \|(\mathbf{H}_s^r)_{O_r(q)}^\dagger\|^2 \leq \dots \leq \|(\mathbf{H}_{N_T-p}^r)_{O_r(q)}^\dagger\|^2 \quad (4.10)$$

La composante d'index  $O_r(s-1)$  est détectée au niveau  $s-1$  si l'ordre de détection  $O_r$  est adopté. On en déduit que  $q = s-1$ , et nous avons :

$$\|(\mathbf{H}_{s-1}^r)_{O_r(s-1)}^\dagger\|^2 \leq \|(\mathbf{H}_{N_T-p}^r)_{O_r(s-1)}^\dagger\|^2 \quad (4.11)$$

La formule ci-dessus nous conduit à l'équation (4.12) :

$$\sum_{s=2}^{N_T-p} \|(\mathbf{H}_{s-1}^r)_{O_r(s-1)}^\dagger\|^2 + \|(\mathbf{H}_{N_T-p}^r)_{O_r(N_T-p)}^\dagger\|^2 \leq \sum_{s=2}^{N_T-p} \|(\mathbf{H}_{N_T-p}^r)_{O_r(s-1)}^\dagger\|^2 + \|(\mathbf{H}_{N_T-p}^r)_{O_r(N_T-p)}^\dagger\|^2 \quad (4.12)$$

Le membre de droite de l'inégalité (4.12) est

$$\sum_{s=2}^{N_T-p} \|(\mathbf{H}_{N_T-p}^r)_{O_r(s-1)}^\dagger\|^2 + \|(\mathbf{H}_{N_T-p}^r)_{O_r(N_T-p)}^\dagger\|^2 = \text{tr}[(\mathbf{H}_{N_T-p}^r)^\dagger ((\mathbf{H}_{N_T-p}^r)^\dagger)^H] \quad (4.13)$$

$O_r$  est juste un ordre de détection arbitraire, en cas de l'ordre proposé par le RFSD-ZF, le membre gauche de l'inégalité (4.12) est :

$$\sum_{s=2}^{N_T-p} \|(\mathbf{H}_{s-1}^r)_{O_r(s-1)}^\dagger\|^2 + \|(\mathbf{H}_{N_T-p}^r)_{O_r(N_T-p)}^\dagger\|^2 = \sum_{s=1}^{N_T-p} \|\mathbf{c}_{rs}\|^2 \quad (4.14)$$

Finalement,  $\sum_{s=1}^{N_T-p} \|\mathbf{c}_{rs}\|^2 \leq \text{tr}[(\mathbf{H}_{N_T-p}^r)^\dagger ((\mathbf{H}_{N_T-p}^r)^\dagger)^H]$  est obtenue.

□

L'objectif du SRFSD-ZF est de minimiser la borne supérieure de  $\sum_{s=1}^{N_T-p} \|\mathbf{c}_{rs}\|^2$  en choisissant un ordre de détection  $O_r$  qui détermine la sélection de FE et SE. La procédure est décrite ci-dessous :

```

Preordering of SRFSD – ZF

$p = 2$  is preset

 $\mathbf{H}_{N_T} = \mathbf{H}$ 

 $r = 0$ 

for  $m = 1 : 1 : N_T$  ..... loop 1
    for  $l = m + 1 : 1 : N_T$  ..... loop 2
         $r = r + 1$ 
         $S_r = [m, l]$ 
         $\mathbf{H} = \mathbf{H}_{N_T}, \mathbf{H}(:, l) = \mathbf{0}, \mathbf{H}(:, m) = \mathbf{0}, \mathbf{H}_{N_T-p}^r = \mathbf{H}$ 
         $(\mathbf{H}_{N_T-p}^r)^\dagger = ((\mathbf{H}_{N_T-p}^r)^H \mathbf{H}_{N_T-p}^r)^{-1} (\mathbf{H}_{N_T-p}^r)^H$ 
    end
end

 $k = \arg \min_r \text{tr}[(\mathbf{H}_{N_T-p}^r)^\dagger ((\mathbf{H}_{N_T-p}^r)^\dagger)^H]$ 

 $O_k = S_k$ 

for  $i = N_T - p : -1 : 1$  ..... OSIC
     $(\mathbf{H}_i^k)^\dagger = ((\mathbf{H}_i^k)^H \mathbf{H}_i^k)^{-1} (\mathbf{H}_i^k)^H$ 
    define  $\boldsymbol{\alpha}_i^k = [\|(\mathbf{H}_i^k)^\dagger\|_1^2, \|(\mathbf{H}_i^k)^\dagger\|_2^2, \dots, \|(\mathbf{H}_i^k)^\dagger\|_{N_T}^2]^T$ 
     $\mathbf{c}_{ki}^H = (\mathbf{H}_i^k)^\dagger_t, t = \arg(\min_j \boldsymbol{\alpha}_i^k), j \in \{1, 2, \dots, N_T\} - O_k$ 
     $\mathbf{H}_i^k(:, t) = \mathbf{0}, \mathbf{H}_{i-1}^k = \mathbf{H}_i^k, O_k = [t, O_k]$ 
end
    
```

Sur les pseudo-codes du SRFSD-ZF, la valeur de  $p$  peut refléter la valeur de **num.** *loop 1* et *loop 2* sont utilisés afin de déterminer les  $p$  colonnes à mettre à zéro en minimisant la borne supérieure de l'amplification du bruit sur l'étape SE. Les composantes correspondantes aux  $p$  colonnes sélectionnées sont détectées à l'étape FE. Dans les pseudo-codes, le loop OSIC est correspondant à l'étape SE, en plus, la boucle OSIC se trouve à l'extérieur des boucles *loop 1* et *loop 2*, cela signifie qu'il faut seulement calculer  $C_{N_T}^p + N_T - p$  pseudo inverses à gauche.



*Remarques 2 :*

1. Le SRFSD-ZF décrit ci-dessus peut trouver un ensemble optimal  $S_k$  déterminant les composantes à détecter dans FE. L'ordre de détection dans SE est donné par OSIC, exactement comme SE dans FSD traditionnel.
2. Selon le SRFSD-ZF, nous devons calculer la pseudo-inverse à gauche  $C_{N_T}^p + N_T - p$  fois. Ce nombre est  $2N_T - 1$  lorsque  $p = 1$ , un peu plus que le FSD traditionnel qui doit calculer la pseudo-inverse à gauche  $N_T$  fois.

### 4.2.3 RFSD lorsque l'information sur le bruit est connue (RFSD-MMSE)

#### 4.2.3.1 Principe

Connaissant l'information sur le bruit, l'optimisation globale en considérant l'impact de toutes les interférences (les bruits et les interférences des autres antennes) peut être effectuée selon le critère MMSE. Le signal transmis  $\mathbf{x}$  est estimé par le MMSE [Bogachev 1980] [Winters 1984] comme suit :

$$\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{G}' \mathbf{y} \quad (4.15)$$

où  $\mathbf{G}'$  est la matrice MMSE. On suppose que  $\mathbf{G}' = [(\mathbf{g}'_1) (\mathbf{g}'_2) \cdots (\mathbf{g}'_{N_T})]^H$ . Les coefficients de  $\mathbf{x}$  sont normalisés par une matrice diagonale  $\mathbf{D}$ , donnée par

$$\mathbf{D} = [\text{diag}(\mathbf{G}' \mathbf{H})]^{-1} = \begin{bmatrix} (\mathbf{g}'_1{}^H \mathbf{h}_1)^{-1} & & & \\ & (\mathbf{g}'_2{}^H \mathbf{h}_2)^{-1} & & \\ & & \ddots & \\ & & & (\mathbf{g}'_{N_T}{}^H \mathbf{h}_{N_T})^{-1} \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

Notons  $\mathbf{G} = \mathbf{D} \mathbf{G}' = [(\mathbf{g}_1) (\mathbf{g}_2) \cdots (\mathbf{g}_{N_T})]^H$ ,  $\mathbf{x}$  est estimé par :

$$\check{\mathbf{x}} = \mathbf{G} \mathbf{y} = \mathbf{x} + \mathbf{In} \quad (4.17)$$

## 4.2. FSD robuste (Robust Fixed-complexity Sphere Decoder, RFSD) 81

où nous appelons  $\mathbf{G}$  la matrice MMSE normalisée, et  $\mathbf{In}$  représente l'interférence, qui s'exprime comme :

$$\mathbf{In} = \begin{bmatrix} \mathbf{g}_1^H (\sum_{k \neq 1} \mathbf{h}_k x_k) + \mathbf{g}_1^H \mathbf{w} \\ \mathbf{g}_2^H (\sum_{k \neq 2} \mathbf{h}_k x_k) + \mathbf{g}_2^H \mathbf{w} \\ \vdots \\ \mathbf{g}_{N_T}^H (\sum_{k \neq N_T} \mathbf{h}_k x_k) + \mathbf{g}_{N_T}^H \mathbf{w} \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

L'expression d'interférence  $\mathbf{In}$  est complexe, en effet, nous avons besoin du rang de la puissance des composantes de  $\mathbf{In}$  afin de déterminer l'ordre de détection. On constate que chaque coefficient de  $\mathbf{x}$  dans l'équation (4.17) est normalisé à 1, de plus, la puissance d'émission sur chaque antenne est supposée identique. Les puissances des composantes de  $\tilde{\mathbf{x}}$  peuvent donc refléter le rang de puissance des composantes de  $\mathbf{In}$ . Un vecteur  $\boldsymbol{\beta}$  est construit selon l'équation (4.19), il indique la puissance de  $\tilde{\mathbf{x}}$  :

$$\boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} P \mathbf{g}_1^H \mathbf{H} \mathbf{H}^H \mathbf{g}_1 + \sigma^2 \mathbf{g}_1^H \mathbf{g}_1 \\ P \mathbf{g}_2^H \mathbf{H} \mathbf{H}^H \mathbf{g}_2 + \sigma^2 \mathbf{g}_2^H \mathbf{g}_2 \\ \vdots \\ P \mathbf{g}_{N_T}^H \mathbf{H} \mathbf{H}^H \mathbf{g}_{N_T} + \sigma^2 \mathbf{g}_{N_T}^H \mathbf{g}_{N_T} \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

$\boldsymbol{\beta}$  peut servir de vecteur de référence indiquant le rang de puissance pour toutes les composantes de l'interférence  $\mathbf{In}$ . Un algorithme de pré-traitement basé sur MMSE pour déterminer l'ordre de détection est proposé en considérant le vecteur de référence  $\boldsymbol{\beta}$ .

### 4.2.3.2 FSD basé sur MMSE (FSD-MMSE)

En modifiant le FSD-ZF, nous pouvons obtenir un autre FSD robuste à la configuration d'antennes. L'algorithme proposé dans cette partie est basé sur l'estimation MMSE normalisée. Nous l'appelons donc FSD-MMSE. FSD-MMSE divise la détection en deux étapes, l'étape FE aux niveaux  $i = N_T, N_T - 1, \dots, N_T - p + 1$  ; l'étape SE aux niveaux  $i = N_T - p, N_T - p - 1, \dots, 1$ . La sélection de composantes est

effectuée selon l'estimation MMSE normalisée. À chaque niveau sur l'étape FE, la composante avec la plus forte interférence est choisie, en revanche, à chaque niveau sur l'étape SE, comme dans le cas de MMSE-OSIC, la composante avec la plus faible interférence est choisie. Soit  $\mathbf{G}_i$  la matrice MMSE normalisée correspondante à la matrice de canaux  $\mathbf{H}_i$ , FSD-MMSE est obtenue par les remplacements de  $\mathbf{H}_i^\dagger$  et  $\boldsymbol{\gamma}_i$  dans FSD-ZF.  $\mathbf{G}_i$  et  $\boldsymbol{\beta}_i$  sont introduits pour remplacer  $\mathbf{H}_i^\dagger$  et  $\boldsymbol{\gamma}_i$  dans FSD-ZF, respectivement. Connaissant la matrice de canaux  $\mathbf{H}_i$ ,  $\boldsymbol{\beta}_i$  s'écrit de la façon suivante :

$$\boldsymbol{\beta}_i = \begin{bmatrix} P\|(\mathbf{G}_i)_1\mathbf{H}_i\|^2 + \sigma^2\|(\mathbf{G}_i)_1\|^2 \\ P\|(\mathbf{G}_i)_2\mathbf{H}_i\|^2 + \sigma^2\|(\mathbf{G}_i)_2\|^2 \\ \vdots \\ P\|(\mathbf{G}_i)_{N_T}\mathbf{H}_i\|^2 + \sigma^2\|(\mathbf{G}_i)_{N_T}\|^2 \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

où  $(\mathbf{G}_i)_j$  représente la  $j^{ième}$  ligne de la matrice  $\mathbf{G}_i$ . La mise en œuvre de FSD-MMSE est considérée comme un EOSIC exécuté sous une forme parallèle.

*Remarques 3 :*

Au contraire de l'algorithme FSD-ZF qui ordonne la détection selon le rang de la puissance du bruit amplifié, l'ordonnancement du FSD-MMSE considère le rang de la puissance de toutes les interférences plus le bruit.

#### 4.2.3.3 RFSD basé sur MMSE (RFSD-MMSE)

Avec l'information du bruit, le RFSD-MMSE est obtenu en modifiant le RFSD-ZF. On suppose que  $\mathbf{G}_s^r$  est la matrice MMSE normalisée correspondante à la matrice des canaux  $\mathbf{H}_s^r$  au niveau  $s$ ,  $r$  correspondant à l'ordre de détection  $O'_r$ , le vecteur de référence  $\boldsymbol{\beta}_s^r$  s'écrit de la façon suivante :

$$\boldsymbol{\beta}_s^r = \begin{bmatrix} P\|(\mathbf{G}_s^r)_1\mathbf{H}_s^r\|^2 + \sigma^2\|(\mathbf{G}_s^r)_1\|^2 \\ P\|(\mathbf{G}_s^r)_2\mathbf{H}_s^r\|^2 + \sigma^2\|(\mathbf{G}_s^r)_2\|^2 \\ \vdots \\ P\|(\mathbf{G}_s^r)_{N_T}\mathbf{H}_s^r\|^2 + \sigma^2\|(\mathbf{G}_s^r)_{N_T}\|^2 \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

## 4.2. FSD robuste (Robust Fixed-complexity Sphere Decoder, RFSD) 83

où  $(\mathbf{G}_s^r)_j$  est la  $j^{\text{ième}}$  ligne de  $\mathbf{G}_s^r$ . Comme précédemment, nous ignorons les  $\beta_s^r(O'_r(s+1)), \dots, \beta_s^r(O'_r(N_T))$  par les mises à zéro de ces composantes. Parce que les composantes de signal  $x_{O'_r(s+1)}, \dots, x_{O'_r(N_T)}$  sont détectées aux niveaux précédents  $s+1, \dots, N_T$ . Notons :

$$\mathbf{b}_{rs}^H = (\mathbf{G}_s^r)_k, \quad k = \arg(\min_j \beta_s^r), \quad j \neq O'_r(s+1), \dots, O'_r(N_T) \quad (4.22)$$

L'ordre qui minimise l'impact de toutes les interférences plus le bruit est choisi. Le processus est décrit comme suit :

$$\arg \min_r \sum_{s=1}^{N_T-p} (P \|\mathbf{b}_{rs}^H \mathbf{H}_s^r\|^2 + \sigma^2 \|\mathbf{b}_{rs}\|^2) \quad (4.23)$$

Le RFSD-MMSE est obtenu par le remplacement de  $(\mathbf{H}_r^s)^\dagger, \mathbf{c}_{rs}^H, \boldsymbol{\alpha}_s^r$  et  $\|\mathbf{c}_{rs}\|^2$ , dans l'algorithme *RFSD-ZF*,  $\mathbf{G}_r^s, \mathbf{b}_{rs}^H, \beta_s^r$  et  $(P \|\mathbf{b}_{rs}^H \mathbf{H}_s^r\|^2 + \sigma^2 \|\mathbf{b}_{rs}\|^2)$  sont introduits pour remplacer  $(\mathbf{H}_r^s)^\dagger, \mathbf{c}_{rs}^H, \boldsymbol{\alpha}_s^r$  et  $\|\mathbf{c}_{rs}\|^2$ , respectivement.

### 4.2.4 RFSD-MMSE simplifié (SRFSD-MMSE)

Afin de réduire la complexité, nous cherchons à minimiser la borne supérieure de  $\sum_{s=1}^{N_T-p} (P \|\mathbf{b}_{rs}^H \mathbf{H}_s^r\|^2 + \sigma^2 \|\mathbf{b}_{rs}\|^2)$ . Pour cela, nous considérons le vecteur de référence au niveau  $N_T - p$ ,  $\|\beta_{N_T-p}^r\|^2$ .

*Lemme 2* :  $\|\beta_{N_T-p}^r\|^2$  est la borne supérieure de  $\sum_{s=1}^{N_T-p} (P \|\mathbf{b}_{rs}^H \mathbf{H}_s^r\|^2 + \sigma^2 \|\mathbf{b}_{rs}\|^2)$ , c'est-à-dire :

$$\sum_{s=1}^{N_T-p} (P \|\mathbf{b}_{rs}^H \mathbf{H}_s^r\|^2 + \sigma^2 \|\mathbf{b}_{rs}\|^2) \leq \|\beta_{N_T-p}^r\|^2 \quad (4.24)$$

*Démonstration* : Supposons que  $O'_r$  est un ordre de détection arbitraire,  $O'_r(s)$  représente l'index de la composante détectée au niveau  $s$ ,  $s = N_T, N_T - 1, \dots, 1$ . Évidemment, nous avons  $\mathbf{H}_s^r(:, O'_r(i)) = \mathbf{0}$  pour  $i = N_T, N_T - 1, \dots, s + 1$ . On considère les deux problèmes d'optimisation suivants :

Problème I : Chercher un vecteur  $N_R \times 1$  convenable :  $\mathbf{v}_{s-1}$ , ( $2 \leq s \leq N_T - p$ ) qui

minimise le critère suivant pour un  $q$  donné,  $q, 1 \leq q \leq s-1$  :

$$\begin{cases} \min L_1 = P\mathbf{v}_{s-1}^H \mathbf{H}_{s-1}^r (\mathbf{H}_{s-1}^r)^H \mathbf{v}_{s-1} + \sigma^2 \mathbf{v}_{s-1}^H \mathbf{v}_{s-1} \\ s.t. \quad \mathbf{v}_{s-1}^H \mathbf{H}_{s-1}^r(:, O'_r(q)) = 1 \end{cases} \quad (4.25)$$

Problème II : Chercher un vecteur  $N_R \times 1$  convenable :  $\mathbf{v}_s$ , ( $2 \leq s \leq N_T - p$ ) qui minimise le critère suivant pour un  $q$  donné,  $1 \leq q \leq s-1$ .

$$\begin{cases} \min L_2 = P\mathbf{v}_s^H \mathbf{H}_s^r (\mathbf{H}_s^r)^H \mathbf{v}_s + \sigma^2 \mathbf{v}_s^H \mathbf{v}_s \\ s.t. \quad \mathbf{v}_s^H \mathbf{H}_s^r(:, O'_r(q)) = 1 \end{cases} \quad (4.26)$$

Le problème II est équivalent à

$$\begin{cases} \min L_2 = P\mathbf{v}_s^H \mathbf{H}_{s-1}^r (\mathbf{H}_{s-1}^r)^H \mathbf{v}_s + \sigma^2 \mathbf{v}_s^H \mathbf{v}_s + P\mathbf{v}_s^H \mathbf{H}_s^r(:, O'_r(s)) (\mathbf{H}_s^r(:, O'_r(s)))^H \mathbf{v}_s \\ s.t. \quad \mathbf{v}_s^H \mathbf{H}_{s-1}^r(:, O'_r(q)) = 1 \end{cases} \quad (4.27)$$

Les deux problème se ressemblent sauf que  $L_2$  dans le problème II a un autre terme non-négatif  $(P\mathbf{v}_s^H \mathbf{H}_s^r(:, O'_r(s)) (\mathbf{H}_s^r(:, O'_r(s)))^H \mathbf{v}_s)$  que le problème I, ce qui signifie que  $L_1 \leq L_2$ . En effet,  $\mathbf{v}_{s-1}^H$  optimal et  $\mathbf{v}_s^H$  optimal sont donnés par  $(\mathbf{G}_{s-1}^r)_{O'_r(q)}$  et  $(\mathbf{G}_s^r)_{O'_r(q)}$  respectivement. Nous avons donc :

$$\begin{aligned} P\|(\mathbf{G}_{s-1}^r)_{O'_r(q)} \mathbf{H}_{s-1}^r\|^2 + \sigma^2 \|(\mathbf{G}_{s-1}^r)_{O'_r(q)}\|^2 &\leq P\|(\mathbf{G}_s^r)_{O'_r(q)} \mathbf{H}_s^r\|^2 + \sigma^2 \|(\mathbf{G}_s^r)_{O'_r(q)}\|^2 \leq \dots \\ &\leq P\|(\mathbf{G}_{N_T-p}^r)_{O'_r(q)} \mathbf{H}_{N_T-p}^r\|^2 + \sigma^2 \|(\mathbf{G}_{N_T-p}^r)_{O'_r(q)}\|^2 \end{aligned} \quad (4.28)$$

La composante d'index  $O'_r(s-1)$  est détectée au niveau  $s-1$  si l'ordre  $O'_r$  est adopté, cela signifie que  $q = s-1$ . Nous avons donc :

$$\begin{aligned} P\|(\mathbf{G}_{s-1}^r)_{O'_r(s-1)} \mathbf{H}_{s-1}^r\|^2 + \sigma^2 \|(\mathbf{G}_{s-1}^r)_{O'_r(s-1)}\|^2 &\leq \\ P\|(\mathbf{G}_{N_T-p}^r)_{O'_r(s-1)} \mathbf{H}_{N_T-p}^r\|^2 + \sigma^2 \|(\mathbf{G}_{N_T-p}^r)_{O'_r(s-1)}\|^2 &\end{aligned} \quad (4.29)$$

Par conséquent, nous pouvons déduire que :

$$\begin{aligned}
& P\|(\mathbf{G}_{N_T-p}^r)_{O'_r(N_T-p)}\mathbf{H}_{N_T-p}^r\|^2 + \sigma^2\|(\mathbf{G}_{N_T-p}^r)_{O'_r(N_T-p)}\|^2 + \\
& + \sum_{s=2}^{N_T-p} (P\|(\mathbf{G}_{s-1}^r)_{O'_r(s-1)}\mathbf{H}_{s-1}^r\|^2 + \sigma^2\|(\mathbf{G}_{s-1}^r)_{O'_r(s-1)}\|^2) \leq \\
& P\|(\mathbf{G}_{N_T-p}^r)_{O'_r(N_T-p)}\mathbf{H}_{N_T-p}^r\|^2 + \sigma^2\|(\mathbf{G}_{N_T-p}^r)_{O'_r(N_T-p)}\|^2 + \\
& + \sum_{s=2}^{N_T-p} (P\|(\mathbf{G}_{N_T-p}^r)_{O'_r(s-1)}\mathbf{H}_{N_T-p}^r\|^2 + \sigma^2\|(\mathbf{G}_{N_T-p}^r)_{O'_r(s-1)}\|^2)
\end{aligned} \tag{4.30}$$

Dans l'inégalité (4.30), la formule de droite est  $\|\boldsymbol{\beta}_{N_T-p}^r\|^2$ ,  $O'_r$  est juste un ordre de détection arbitraire. Pour l'ordre proposé par le RFSD-MMSE, la formule de gauche est  $\sum_{s=1}^{N_T-p} (P\|\mathbf{b}_{rs}^H\mathbf{H}_s^r\|^2 + \sigma^2\|\mathbf{b}_{rs}\|^2)$ , et finalement  $\sum_{s=1}^{N_T-p} (P\|\mathbf{b}_{rs}^H\mathbf{H}_s^r\|^2 + \sigma^2\|\mathbf{b}_{rs}\|^2) \leq \|\boldsymbol{\beta}_{N_T-p}^r\|^2$ .

□

L'objectif du SRFSD-MMSE est de minimiser la borne supérieure de  $\sum_{s=1}^{N_T-p} (P\|\mathbf{b}_{rs}^H\mathbf{H}_s^r\|^2 + \sigma^2\|\mathbf{b}_{rs}\|^2)$  en choisissant un propre ordre de détection  $O'_r$  qui détermine la sélection de FE et SE. Ces détails sont tout à fait similaires à SRFSD-ZF.

### 4.3 Résultats de simulation

Les performances en terme de taux d'erreur binaire (BER) sont vérifiées par la simulation de Mont-Carlo. Le système utilisé est un système V-BLAST. Pendant la simulation, différentes configurations de réseaux d'antennes ont été considérées.  $E_b/N_0$  est défini par

$$E_b/N_0 = \frac{P}{\sigma^2 \log_2 M} \tag{4.31}$$

et  $E_b/N_0$  est représenté en dB sur les figures.

La Fig.4.2 correspond à un système  $6 \times 6$  transmettant un signal QPSK. Les performances BER des détecteurs ML(SD), RFSD et FSD-ZF sont comparées. Tous les détecteurs de la Fig.4.2 ont des performances quasi-ML, en particulier, le détecteur RFSD-ZF (RFSD-MMSE) présente de meilleures performances que le FSD-ZF (FSD-MMSE).

Il est montré à la Fig.4.3 que les performances de FSD-ZF se détériorent sensible-

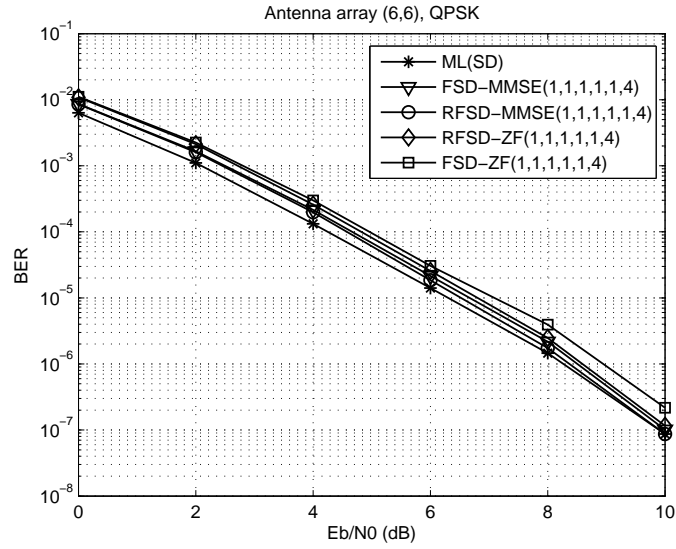
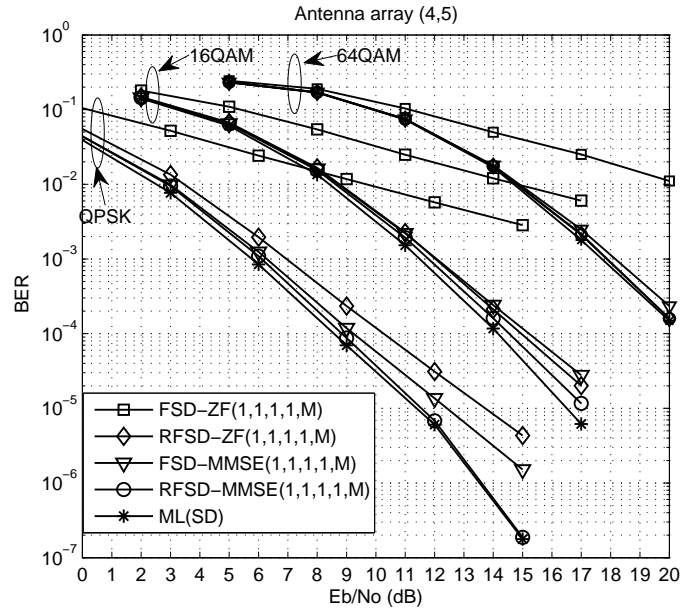
ment dans le cas où  $N_R < N_T$ . La robustesse de RFSD est vérifiée sur la Fig.4.3 basée sur un système  $4 \times 5$  ( $N_R \times N_T$ ) employant des schémas de modulation différents (QPSK, 16QAM et 64QAM, respectivement). Sur la Fig.4.3, le RFSD-MMSE fournit de meilleures performances que le RFSD-ZF. Avec  $p = 1$ , il approche les performances ML.

Un autre groupe de simulations a été effectué afin de montrer la réduction de complexité et la dégradation des performances. Les comparaisons, en termes de BER et complexité (flops/symbole), sont effectuées pour les SRFSD, RFSD, FSD et ML(SD). Les résultats sont montrés sur les Fig. 4.4-4.7. Les Fig.4.5-4.7 concernent un système  $4 \times 5$ . Ces figures montrent que, comparé avec le RFSD, le SRFSD a encore d'excellentes performances en termes de BER mais avec une complexité sensiblement réduite. Sur la Fig.4.7, on constate que les avantages de SRFSD sont plus évidents en cas de signaux 16QAM ou 64QAM.

Les réseaux de la Fig. 4.4 sont obtenus pour un système  $4 \times 4$  transmettant des signaux QPSK. On peut noter que les courbes BER des FSD, RFSD et SRFSD se chevauchent mutuellement. En conclusion, les RFSD et SRFSD ne sont pas seulement robustes à la configuration des réseaux d'antennes, mais aussi ont d'excellentes performances en termes de BER, particulièrement, le RFSD-MMSE a de meilleures performances que les FSD-ZF, FSD-MMSE et RFSD-ZF.

## 4.4 Conclusion

Les FSD robustes à la configuration des réseaux d'antennes (RFSD) sont proposés pour la détection MIMO par un nouveau choix d'un ordre de détection. Les RFSD présentant de meilleures performances en termes de BER que le FSD peuvent s'appliquer dans tous les cas :  $N_T \leq N_R$  et  $N_T > N_R$ . C'est un avantage sur le FSD original qui est basé sur l'hypothèse que  $N_R \geq N_T$ . La robustesse du RFSD a été confirmée par la simulation. Le SRFSD, une version simplifiée de RFSD, est également proposé. Même si la complexité de RFSD est un peu plus grande que celle de FSD, la complexité du RFSD est beaucoup plus faible que celle de ML(SD).

FIGURE 4.2 – Comparaison des performances (QPSK,  $N_T = N_R = 6$ )FIGURE 4.3 – Détérioration de FSD et robustesse de RFSD ( $N_T = 5, N_R = 4$ )



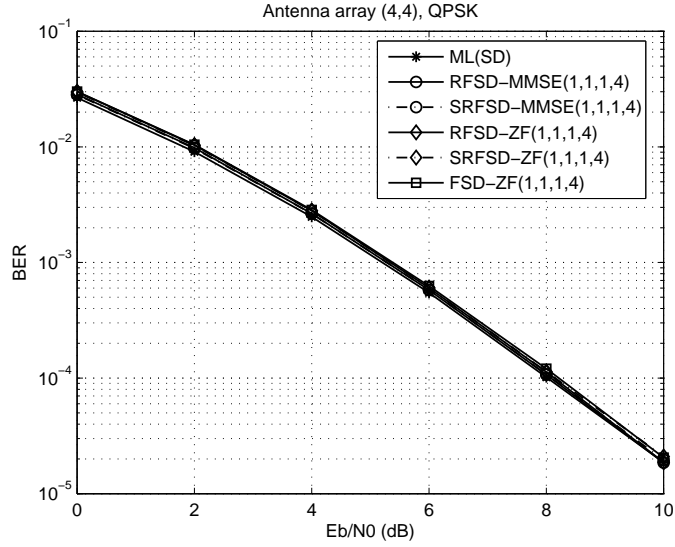


FIGURE 4.4 – Performances de RFSD et SRFSFSD (QPSK,  $N_T = 4$ ,  $N_R = 4$ )

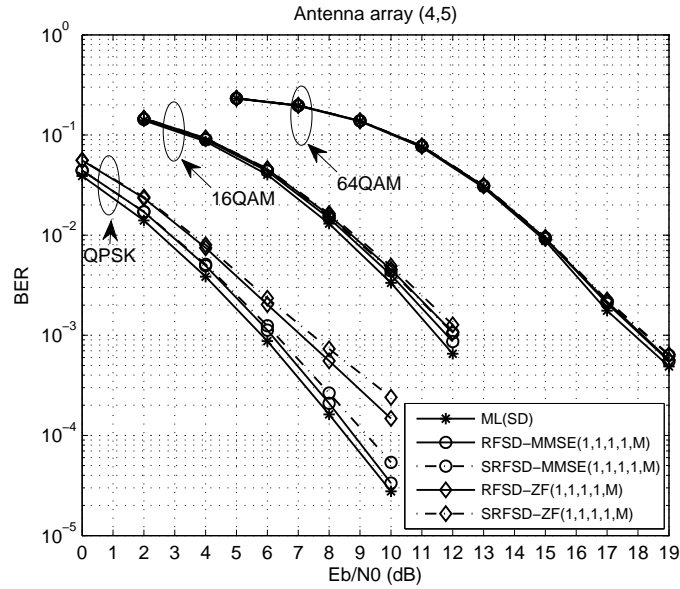
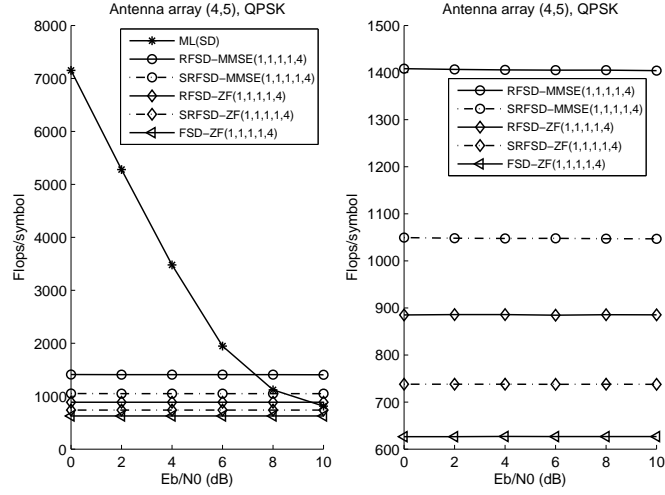
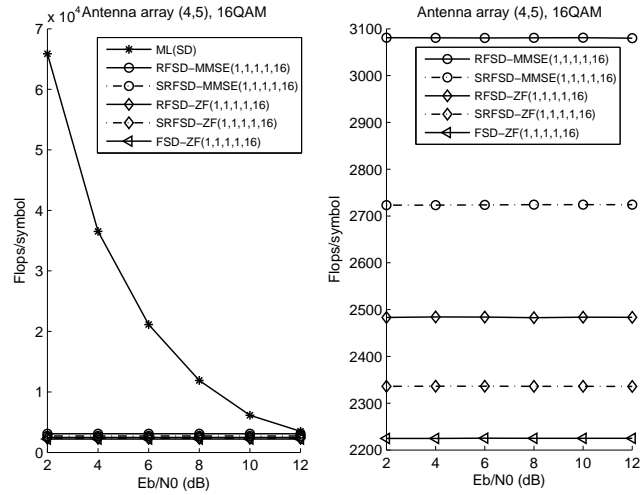


FIGURE 4.5 – Performances de RFSD et SRFSFSD ( $N_T = 5$ ,  $N_R = 4$ )

FIGURE 4.6 – Comparaison des Complexités (QPSK,  $N_T = 5, N_R = 4$ )FIGURE 4.7 – Comparaison des Complexités (16QAM,  $N_T = 5, N_R = 4$ )



# Détecteur exploitant conjointement des propriétés du signal et du canal

---

## 5.1 Motivation

Le détecteur proposé dans le chapitre 3 doit toujours couvrir les  $L$  premiers cas (selon le chapitre 3, nous considérons les  $L$  premiers cas en supposant que, au plus,  $L - 1$  erreurs se produisent pendant la détection de  $\mathbf{x}$ ), cela signifie qu'il exécute une stratégie fixe pour obtenir les meilleures performances. Cependant, lorsque  $\Delta_I = \mathbf{0}$ , la considération des  $L$  premiers cas est redondante. Au contraire, il ne suffit pas de considérer uniquement les  $L$  premiers cas si un grand nombre de composantes de  $\Delta_I$  ne sont pas nulles. Si le  $\Delta_I$  est connu à l'avance, la valeur de  $L$  peut se régler selon  $\Delta_I$ . Les performances et le calcul peuvent être améliorés sensiblement. Dans ce chapitre, une stratégie adaptative d'expansion est proposée par la prédiction de  $\Delta_I$ . La prédiction de  $\Delta_I$  est basée sur l'exploitation des propriétés des canaux.

On constate que les évanouissements des canaux ont plus d'influences sur les détections erronées que le bruit, même si le rapport signal sur bruit est élevé [D.Tse 2007]. Afin de montrer la relation entre  $\Delta_I$  et la matrice de canaux  $\mathbf{H}$ , la détection ZF-OSIC est tout d'abord considérée. Selon ZF-OSIC, les composantes de signal  $\mathbf{x}$  sont détectées l'une après l'autre. La composante possédant le plus grand rapport signal sur bruit est détectée en priorité en utilisant ZF, ensuite, cette composante est éliminée du signal reçu. On continue à détecter les autres composantes selon la même règle jusqu'au moment où toutes les composantes sont détectées. La procédure est mon-

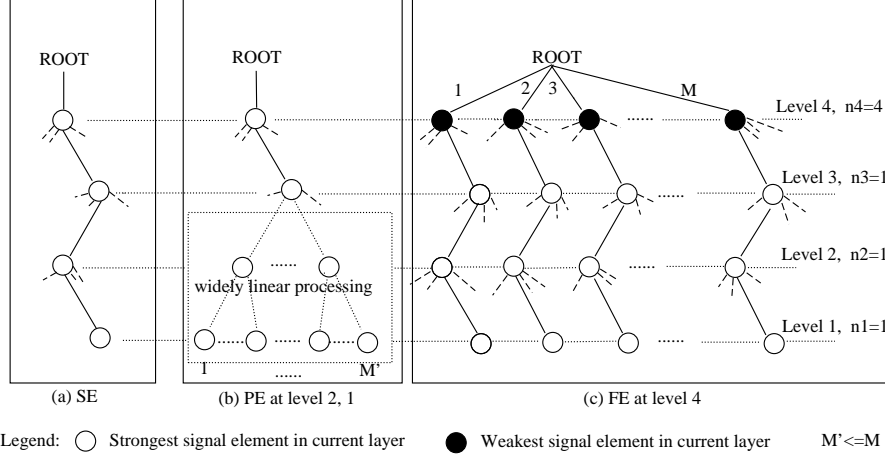


FIGURE 5.1 – SE, PE et FE (M-QAM,  $N_T = 4$ ,  $p = 1$ )

trée à la Fig. 4.1(a). La composante détectée au niveau  $i$  ( $i = N_T, N_T - 1, \dots, 1$ ) s'exprime de la façon suivante :

$$\hat{x}_{O(i)} = x_{O(i)} + (\mathbf{H}_i)_{O(i)}^\dagger \mathbf{w} \quad (5.1)$$

où  $O$  représente l'ordre de la détection V-BLAST, et  $O(i)$  correspond à l'index de la composante détectée au niveau  $i$ .  $\mathbf{H}_i$  est la matrice des canaux au niveau  $i$ , elle est obtenue par la mise à zéro des colonnes  $O(N_T), O(N_T - 1), \dots, O(i + 1)$  de la matrice  $\mathbf{H}$  et par la préservation des autres colonnes.  $(\mathbf{H}_i^\dagger)_j$  est la  $j$ -ième ligne de  $\mathbf{H}_i^\dagger$ . Évidemment,  $\Delta(O(i))$  est déterminée par  $(\mathbf{H}_i)_{O(i)}^\dagger \mathbf{w}$  et la détection aux niveaux précédents.

Pour bien comprendre le problème, un ensemble de simulations pour un système  $4 \times 4$  avec 20000 réalisations de canaux est effectué. Pour chaque réalisation, un bloc de symboles comprenant  $48 \times 4$  symboles est transmis en clair.  $E_b/N_o$  est défini comme  $E_b/N_o = \frac{P}{\sigma^2 \log_2 M}$ . Nous définissons un ensemble  $\Phi_{N_T s}$  ( $N_T = 4$ ). L'ensemble  $\Phi_{N_T s}$  se compose des réalisations de canaux sans aucune erreur de détection au niveau  $N_T, N_T - 1, \dots, s$  pendant la simulation entière avec un  $E_b/N_o$  donné. En effet, pour toutes les réalisations de canaux dans l'ensemble  $\Phi_{N_T s}$ ,  $\Delta(O(N_T)) = \Delta(O(N_T - 1)) = \dots = \Delta(O(s)) = 0$ , mais les autres com-

posantes,  $\Delta(O(s-1)), \dots, \Delta(O(1))$ , sont incertaines. Les pourcentage de  $\Phi_{N_T s}$ , en considérant 20000 réalisations, sont calculés respectivement pour différentes valeurs de  $E_b/N_o$ . La Fig. 5.2 illustre les résultats obtenus. On constate que ZF-OSIC, à  $E_b/N_o = 4 \text{ dB}$ , peut fournir une détection totalement correcte pour au moins 30% de 20000 réalisations si le signal transmis est modulé en QPSK. Ce pourcentage augmente sensiblement avec  $E_b/N_o$ , il approche presque 80% pour  $E_b/N_o = 8 \text{ dB}$ . Cela signifie que l'expansion pleine du FSD (ou la considération de  $L$  cas) n'est pas toujours nécessaire, surtout aux forts  $E_b/N_o$ . Une conclusion similaire peut être obtenue selon la Fig. 5.2 où la modulation 16QAM est utilisée.

On déduit de ces simulations que le pourcentage de  $\Phi_{N_T 1}$  est considérable, cela signifie que  $\Delta = \mathbf{0}$  a lieu avec une probabilité relativement élevée surtout quand le rapport signal à bruit est haut. Dans ce cas, il est redondant de considérer les  $L$  premiers cas. En revanche, pour les canaux dans l'ensemble  $\Phi_{N_T N_T}$  où les canaux présentant de mauvaises conditions, la considération de  $L$  cas n'est pas suffisante.

*Remarques 1 :*

Il faut noter que nous définissons  $(\cdot)^\dagger$  comme les auteurs de [Wolniansky 1998], [Barbero 2006a]. Pour une matrice possédant des colonnes nulles, il est en effet nécessaire d'expliquer la pseudo inverse à gauche. On suppose que  $\Lambda$  est une matrice de dimensions  $n \times m$  ( $n \geq m$ ) dont les colonnes  $a_1^{i\text{ème}}, a_2^{i\text{ème}}, \dots, a_k^{i\text{ème}}$  ( $k < m$ ) sont nulles. On supprime les  $a_1^{i\text{ème}}, a_2^{i\text{ème}}, \dots, a_k^{i\text{ème}}$  colonnes nulles pour obtenir une nouvelle matrice  $\Upsilon$  de dimension  $n \times (m - k)$ . C'est-à-dire,  $\Upsilon$  se compose des  $a_{k+1}^{i\text{ème}}, a_{k+2}^{i\text{ème}}, \dots, a_m^{i\text{ème}}$  colonnes de  $\Lambda$  qui ne sont pas nulles.  $\Lambda^\dagger$ , la pseudo inverse à gauche de  $\Lambda$  est défini de la façon suivante :  $\Lambda^\dagger$ , est une matrice de dimension  $m \times n$ , ses  $a_{k+1}^{i\text{ème}}, a_{k+2}^{i\text{ème}}, \dots, a_m^{i\text{ème}}$  lignes sont remplies par les  $(m - k)$  lignes de  $\Upsilon^\dagger$  respectivement, et les autres lignes de  $\Lambda^\dagger$ ,  $a_1^{i\text{ème}}, a_2^{i\text{ème}}, \dots, a_k^{i\text{ème}}$ , sont nulles. Évidemment,  $\Lambda^\dagger \Lambda = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m)$ , où  $\lambda_i = 1$ , si  $i \notin \{a_1, a_2, \dots, a_k\}$ ,  $\lambda_i = 0$  si  $i \in \{a_1, a_2, \dots, a_k\}$ . Cette définition est cohérente avec la fonction *MATLAB*® "pinv(.)".

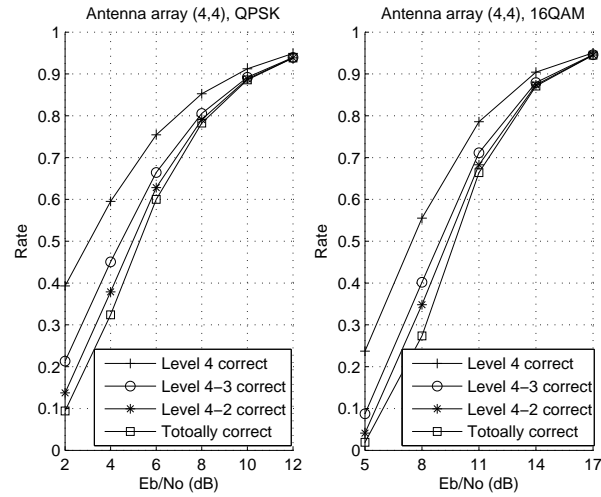


FIGURE 5.2 – Pourcentage de  $\Phi_{N_T k}$

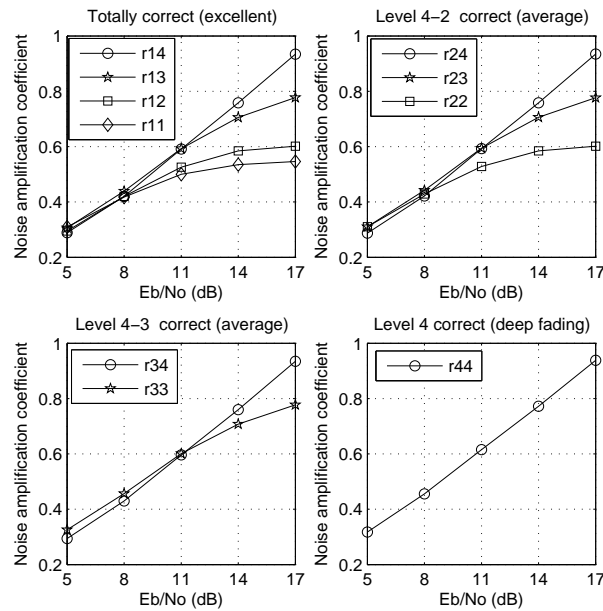


FIGURE 5.3 – Les moyennes des coefficients d'amplification de bruits ( $4 \times 4$ , 16QAM)

## 5.2 Stratégie d'expansion proposée

Dans cette partie, les propriétés statistiques des canaux MIMO sont analysées afin de savoir si la considération de  $L$  cas est nécessaire, redondante ou insuffisante pour une réalisation de canaux arbitraire. La détection ZF-OSIC au niveau  $i$  ( $i = N_T, N_T - 1, \dots, 1$ ) est affectée par l'amplification du bruit, précisément, par les coefficients d'amplification  $\|(\mathbf{H}_j)_{O(j)}^\dagger\|^2$  ( $j = N_T, N_T - 1, \dots, i$ ). Définissons un vecteur  $\boldsymbol{\gamma} = [\|(\mathbf{H}_1)_{O(1)}^\dagger\|^2 \quad \|(\mathbf{H}_2)_{O(2)}^\dagger\|^2 \quad \dots \quad \|(\mathbf{H}_{N_T})_{O(N_T)}^\dagger\|^2]^T$ . Pendant la simulation précédente, la valeur moyenne de  $\boldsymbol{\gamma}$  pour toutes les composantes dans l'ensemble  $\Phi_{N_T s}$  est calculée. Nous construisons une matrice **Ref**, elle peut servir de matrice de référence, elle s'exprime comme :

$$\mathbf{Ref} = \begin{bmatrix} \mathbf{r}_1^T \\ \mathbf{r}_2^T \\ \vdots \\ \mathbf{r}_{N_T}^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{1,1} & \dots & r_{1,N_T-1} & r_{1,N_T} \\ +\infty & \dots & r_{2,N_T-1} & r_{2,N_T} \\ \vdots & & \vdots & \vdots \\ +\infty & \dots & +\infty & r_{N_T,N_T} \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

où  $\mathbf{r}_s$  est la valeur moyenne du vecteur  $\boldsymbol{\gamma}$  pour toutes les réalisations dans l'ensemble  $\Phi_{N_T s}$ . On fixe  $r_{s,j} = +\infty$  pour les niveaux  $j$  ( $j < s$ ), parce que le niveau  $j$  ne joue aucun rôle pour la détection au niveau  $s$ . Dans ce chapitre, nous définissons  $\boldsymbol{\gamma} \leq \mathbf{r}_i$  si chaque composante de  $\boldsymbol{\gamma}$  est plus faible ou égale à sa contrepartie dans  $\mathbf{r}_i$ . Dans le cas contraire,  $\boldsymbol{\gamma} \not\leq \mathbf{r}_i$ . La matrice **Ref** peut servir de seuil pour la classification de canaux suivante :

$$\begin{cases} \text{Excellent} : \boldsymbol{\gamma} \leq \mathbf{r}_1 \\ \text{Average} : \boldsymbol{\gamma} \not\leq \mathbf{r}_k \text{ and } \boldsymbol{\gamma} \leq \mathbf{r}_{k+1} \quad k \in \{1, 2, \dots, K\} \\ \text{Deep fading} : \boldsymbol{\gamma} \not\leq \mathbf{r}_{K+1} \end{cases} \quad (5.3)$$

où  $K$  est une constante que nous devons prérégler à l'avance afin de contrôler la complexité des calculs. Selon la formule (5.3), nous tirons les conclusions suivantes :

*Remarques 2 :*

1. Pour les canaux excellents, ZF-OSIC n'est pas susceptible d'avoir d'erreur pendant la détection. Dans ce cas-là, nous pouvons approximativement considérer



qu'il n'y a aucun risque de commettre une erreur si on utilise ZF-OSIC. Il suffit de prendre la méthode ZF-OSIC pour obtenir d'excellentes performances.

2. Pour les canaux moyens, une erreur est peu probable aux niveaux  $N_T, \dots, k+1$ . Dans ce cas-là, nous pouvons approximativement considérer qu'il n'y a aucun risque d'erreur aux niveaux  $N_T, \dots, k+1$  si on utilise ZF-OSIC. Le risque d'erreur provient des niveaux  $k, \dots, 1$ . Par conséquent, on peut supposer que la détection aux niveaux  $N_T, \dots, k+1$  est correcte, la stratégie d'expansion partielle (partial expansion, PE) est employée afin d'effectuer la correction aux niveaux  $k, \dots, 1$ .
3. Pour les canaux présentant des évanouissements profonds, les erreurs sont probables à chaque niveau. Une expansion pleine (Full Expansion, FE) est nécessaire. Le FSD (normalement  $\text{FSD}(1, 1, \dots, 1, M)$  [Barbero 2006a] est suffisant) est donc mis en œuvre.
4.  $K$  est une constante critique pour distinguer les canaux moyens et les canaux d'évanouissements profonds. La distinction détermine finalement la division de FE et PE. Si le risque d'erreur se situe seulement au niveau  $K$  ou aux niveaux suivants (par exemple  $K-1, \dots, 1$ ), les canaux sont dits moyens ; si les risques se situent aux niveaux  $K+1, \dots, 1$ , ou aux niveaux précédents ( $N_T, \dots, K+2$ ), les canaux sont supposé présentés des évanouissements profonds.

Dans le cas d'un système  $4 \times 4$  avec une modulation 16QAM, l'exigence pour la matrice **Ref** à différents  $E_b/N_o$  est démontrée sur la Fig. 5.3, où  $K = 2$ . AES (Adaptive Expansion Strategy) est donc proposée selon les *remarques 2* ci-dessus : nous pouvons prendre une stratégie d'expansion différente d'après la condition de canaux. La SE (ZF-OSIC) est prise pour les canaux excellents ; la PE pour les canaux moyens, et la FE pour les canaux à évanouissements profonds. La stratégie est illustrée sur la Fig. 4.1. Les propositions SE et FE sont discutées dans [Wolniansky 1998] et [Barbero 2008], respectivement. Dans la partie suivante, une stratégie PE basée sur le traitement linéaire au sens large est proposée.

### 5.3 PE basée sur le traitement linéaire au sens large

Cette partie est la conséquence de la discussion dans le chapitre 3, où  $\mathbf{x}$  est estimé comme :

$$\check{\mathbf{x}} = \hat{\mathbf{x}}_{R-E} + j\check{\mathbf{x}}_I \quad (5.4)$$

Dans le cas de canaux moyens, des simplifications sont faites sur  $\Delta_I$ . En effet, l'erreur de détection a lieu généralement aux niveaux  $k, \dots, 1$ , et la détection aux autres niveaux est correcte. Nous pouvons donc supposer que  $\Delta_I(O(N_T)) = \Delta_I(O(N_T - 1)) = \dots = \Delta_I(O(k + 1)) = 0$  et nous devons considérer les autres composantes  $\Delta_I(O(k)), \dots, \Delta_I(O(1))$ . Nous avons la simplification suivante sur  $\Delta_I$ . En fonction de la modulation utilisée,  $\Delta_I$  est déterminé de la façon suivante :

*Signal M-QAM ( $M > 4$ )*

Selon l'équation (5.3), des erreurs éventuelles pourraient apparaître aux niveaux  $k, k - 1, \dots, 1$  avec une plus forte probabilité,  $\Delta_I$  se simplifie approximativement comme  $\Delta_I = [l_1 d, l_2 d, \dots, l_{N_T} d]^T$ , où  $l_i$  ( $i = N_T, \dots, 1$ ) est déterminé par [Y.Ding 2011a] :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Cas 1, 0 erreur : } l_{O(j)} = 0, j = N_T, \dots, 1 \\ \text{Cas 2, 1 erreur : } l_{O(j)} = 0, j = N_T, \dots, k + 1 \\ \quad \sum_{i=1}^k |l_{O(i)}| = 1, l_{O(i)} \in \{-1, 0, 1\} \\ \quad \dots\dots\dots \\ \text{Cas } n, n - 1 \text{ erreurs : } l_{O(j)} = 0, j = N_T, \dots, k + 1 \\ \quad \sum_{i=1}^k |l_{O(i)}| = n - 1, l_{O(i)} \in \{-1, 0, 1\} \\ \quad \dots\dots\dots \end{array} \right. \quad (5.5)$$

Il y a au maximum  $2^{n-1} C_k^{n-1} \Delta_I$  pour le cas  $n$ . Au total, nous avons au maximum  $\sum_{n=1}^{k+1} (2^{n-1} C_k^{n-1}) = 3^k \Delta_I$  dans le cas de canaux moyens. Cela signifie que nous avons au maximum  $3^k$  vecteurs candidats calculés par (5.4).

*Signal QPSK (4-QAM)*

$\Delta_I$  s'exprime comme  $\Delta_I = 2[l_1 \bar{\mathbf{x}}_I(1), \dots, l_{N_T} \bar{\mathbf{x}}_I(N_T)]^T$ , et  $l_i$  ( $i = N_T, \dots, 1$ ) est déterminé par [Y.Ding 2011a] :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Cas 1, 0 erreur : } l_{O(j)} = 0, j = N_T, \dots, 1. \\ \text{Cas 2, 1 erreur : } l_{O(j)} = 0, j = N_T, \dots, k+1. \\ \quad \sum_{i=1}^k l_{O(i)} = 1, l_{O(i)} \in \{0, 1\} \\ \quad \dots\dots\dots \\ \text{Cas } n, n-1 \text{ erreurs : } l_{O(j)} = 0, j = N_T, \dots, k+1. \\ \quad \sum_{i=1}^k l_{O(i)} = n-1, l_{O(i)} \in \{0, 1\} \\ \quad \dots\dots\dots \end{array} \right. \quad (5.6)$$

On constate qu'il y a au maximum  $C_k^{n-1} \Delta_I$  pour le cas  $n$ . Nous avons au maximum  $\sum_{n=1}^{k+1} (C_k^{n-1}) = 2^k \Delta_I$  dans le cas de canaux moyens. Cela signifie que nous avons au maximum  $2^k$  vecteurs candidats calculés par (5.4).

## 5.4 Calcul de vecteurs candidats et analyse des performances

Les vecteurs candidats sont donnés par la formule (5.4). Cependant, la multiplication des matrices représente une complexité de calcul importante. Il est donc nécessaire d'améliorer l'efficacité de ce calcul. La procédure est la même que celle du chapitre 4. L'analyse de performance pour la SE et la FE est donnée par [Wolniansky 1998], [Jalden 2007] respectivement, celle pour la PE est donnée dans le chapitre 3.

## 5.5 Analyse de complexité

Pour les signaux circulaires, en plus du calcul de ZF-OSIC et EZF, il faut calculer chaque vecteur candidat  $\mathbf{s}_i$  et sa fonction de vraisemblance  $\|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{s}_i\|^2$ . Le calcul des vecteurs candidats a été réduit à des additions de matrices (les équations (3.25),(3.26)) dans le chapitre 4. Donc, la charge de calcul provient essentiellement

du calcul de la fonction de vraisemblance. Pour l'expansion SE, il y a un vecteur candidat seul, nous avons  $3^k$  (ou  $2^k$ ) vecteurs candidats pour l'expansion PE si le système est modulé en M-QAM (ou QPSK). Pour l'expansion FE, ce nombre est  $M^p$ , où  $p$  est la profondeur de FE [Jalden 2007]. Selon l'équation (5.3),  $k \in \{1, 2, \dots, K\}$ , cela signifie que le nombre total de vecteurs candidats est inférieur à  $3^K$  (ou  $2^K$ ) pour l'expansion PE.  $K$  est une valeur critique pour diviser PE et FE. Elle concerne la complexité et les performances de détection. Si  $K$  est trop grande, PE est utilisée pour les pires canaux qui sont pourtant hors de la compétence de PE; les performances vont se détériorer; au contraire, si  $K$  est trop petite, FE est utilisée pour les canaux de bonne capacité, pour lesquels, il suffit de prendre PE. Dans ce cas, la complexité va augmenter. On suppose que les probabilités de canaux excellents, moyens et à évanouissements profonds sont respectivement représentées par  $\eta_e$ ,  $\eta_a$ ,  $\eta_d$ , ( $\eta_e + \eta_a + \eta_d = 1$ ),  $\psi$  est le nombre total de vecteurs candidats, nous avons :

$$\begin{cases} QPSK : \psi \leq \eta_e + \eta_a 2^K + \eta_d 4^p \\ M - QAM(M > 4) : \psi \leq \eta_e + \eta_a 3^K + \eta_d M^p \end{cases} \quad (5.7)$$

Pour un nombre d'antennes modéré, ( $2 \times 2, 3 \times 3, \dots, 6 \times 6$ ),  $K = 1$  or  $2$  et  $p = 1$ ,

$$\begin{cases} QPSK : \psi \leq \eta_e + \eta_a 2^2 + \eta_d 4 < 4 \\ M - QAM(M \geq 16) : \psi \leq \eta_e + \eta_a 3^2 + \eta_d M < M \end{cases} \quad (5.8)$$

Pour les grands réseaux d'antennes ( $7 \times 7, 8 \times 8$ ),  $K = 3$  ou  $4$ , et  $p = 2$ ,

$$\begin{cases} QPSK : \psi \leq \eta_e + \eta_a 2^4 + \eta_d 4^2 < 16 \\ M - QAM(M \geq 16) : \psi \leq \eta_e + \eta_a 3^4 + \eta_d M^2 < M^2 \end{cases} \quad (5.9)$$

De la Fig. 5.2, on déduit que le pourcentage de canaux à évanouissements profonds est petit lorsque  $E_b/N_o$  se trouve dans un intervalle applicable, c'est-à-dire, lorsque  $\eta_d$  est petite. Dans ce cas,  $\eta_e$  et  $\eta_a$  sont dominantes. Pour les canaux excellents et moyens, la FE est évitée et la complexité de calcul est réduite. Par conséquent, la complexité de FSD peut être considérée comme la borne supérieure de celle de notre algorithme

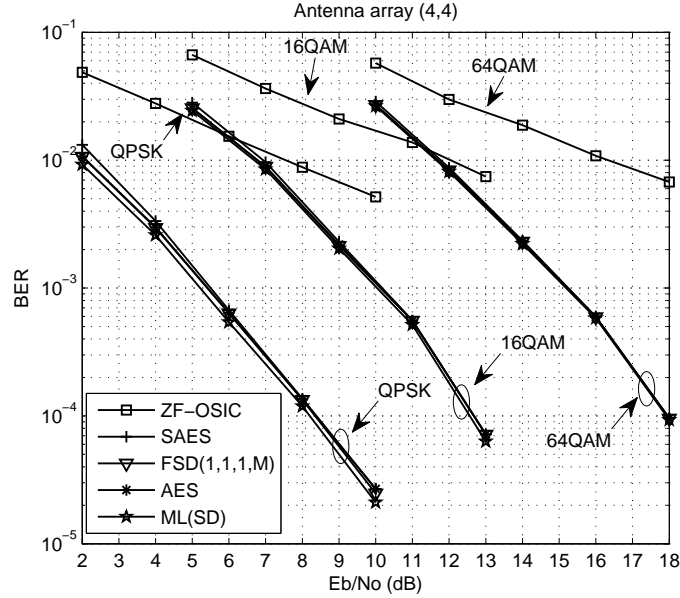


FIGURE 5.4 – Comparaison des performances ( $4 \times 4$ ,  $K = 2$ )

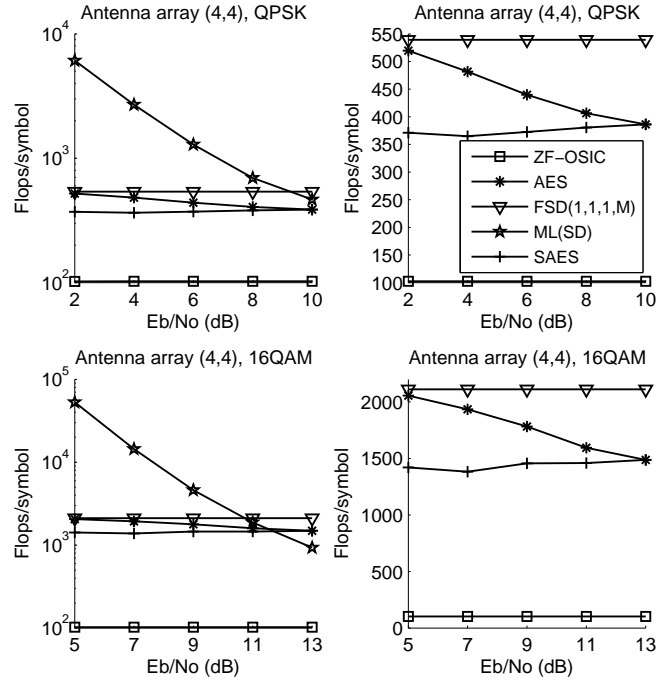
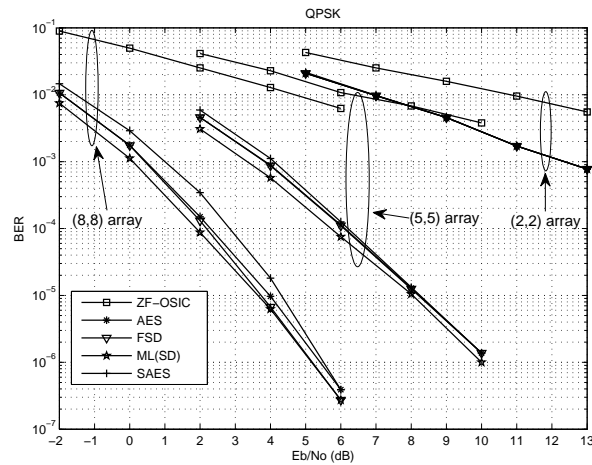
$E_b/N_o$	5 dB				7 dB			
$\mathbf{r}_1^T$	0.3039	0.3001	0.3086	0.2978	0.3832	0.3806	0.3939	0.3705
$\mathbf{r}_2^T$	$+\infty$	0.3117	0.3143	0.2941	$+\infty$	0.3910	0.3991	0.3731
$\mathbf{r}_3^T$	$+\infty$	$+\infty$	0.3249	0.2989	$+\infty$	$+\infty$	0.4148	0.3810
$\mathbf{r}_4^T$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	0.3220	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	0.4075

TABLE 5.1 – Matrice **Ref** (1) (16QAM, 20000  $4 \times 4$  réalisations de canaux)

## 5.6 Réalisation et Simulations

### Réalisation

Afin de réaliser l'AES, un ensemble de données de **Ref** à des  $E_b/N_o$  différents doit être préparé à l'avance, comme celui montré par la Fig. 5.3, le Tab. 5.1 et le Tab. 5.2. Pendant la détection, AES doit mettre à jour la **Ref** selon le  $E_b/N_o$  actuel. Donc, AES a besoin de l'information sur le  $E_b/N_o$  pour réaliser la stratégie adaptative. Une version simplifiée (Simplified AES, SAES) de la AES est proposée pour le cas où  $E_b/N_o$  est inconnu. La seule différence entre AES et SAES, est que SAES fonctionne avec une matrice **Ref** invariable (par exemple, la **Ref** à

FIGURE 5.5 – Comparaison des complexités ( $4 \times 4$ ,  $K = 2$ )FIGURE 5.6 – Comparaison des performances ( $K = 3$  pour  $8 \times 8$ ,  $K = 2$  pour  $5 \times 5$ ,  $K = 1$  pour  $2 \times 2$ )

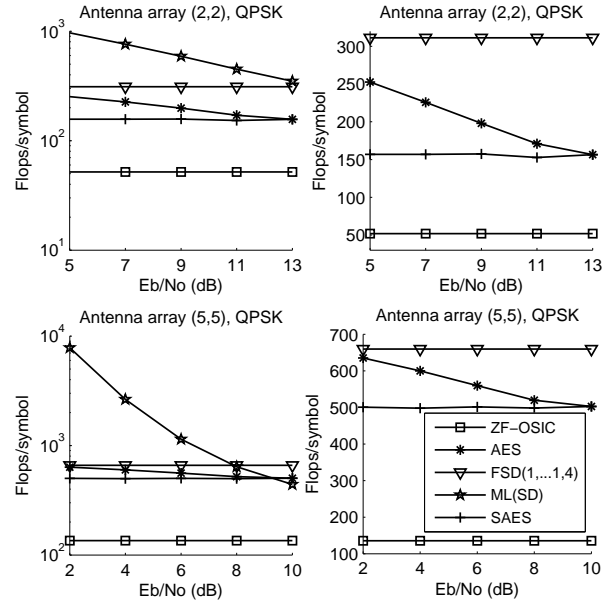


FIGURE 5.7 – Comparaison des complexités ( $K = 2$  pour  $5 \times 5$ ,  $K = 1$  pour  $2 \times 2$ )

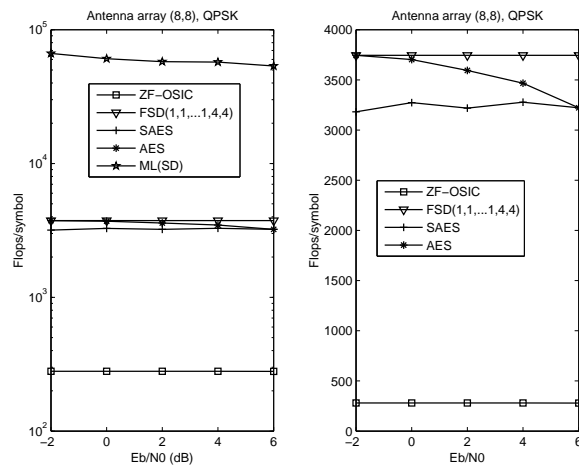


FIGURE 5.8 – Comparaison des complexités ( $K = 3$  pour  $8 \times 8$ )

$E_b/N_o$	11 dB				13 dB			
$\mathbf{r}_1^T$	0.4974	0.5246	0.5920	0.5974	0.5281	0.5708	0.6713	0.7117
$\mathbf{r}_2^T$	$+\infty$	0.5288	0.5942	0.5984	$+\infty$	0.5715	0.6722	0.7122
$\mathbf{r}_3^T$	$+\infty$	$+\infty$	0.6004	0.6025	$+\infty$	$+\infty$	0.6752	0.7144
$\mathbf{r}_4^T$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	0.6173	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	0.7266

TABLE 5.2 – Matrice **Ref**(2) (16QAM, 20000  $4 \times 4$  réalisations de canaux)

$E_b/N_o = 10 \text{ dB}$  est utilisée en permanence par SAES pour un système  $4 \times 4$  et QPSK) et la connaissance de  $E_b/N_o$  actuel n'est pas nécessaire pour SAES.

#### *Performance et complexité*

Les performances et la complexité de l'algorithme proposé ont été examinées par la simulation de Monte-Carlo. Les performances sont mesurées en termes de taux d'erreur binaire et la complexité est mesurée en termes de Flops/symbole. Le système simulé est un système V-BLAST. Pendant la simulation, plusieurs schémas de modulation (QPSK, 16QAM, 64QAM) ont été envisagés.

Les Fig. 5.4-5.5 sont basées sur un système  $4 \times 4$ . Les résultats sont obtenues en considérant 5000 réalisations de canaux. Un bloc comprenant  $200 \times 4$  symboles est transmis en clair pour chaque réalisation de canaux. Pendant la simulation, SAES utilise une **Ref** invariable obtenue selon le schéma de modulation et la configuration d'antennes. Par exemple, dans le cas d'un réseau d'antennes  $4 \times 4$ , la matrice **Ref** à  $E_b/N_o = 10 \text{ dB}$  est adoptée en QPSK, la **Ref** à  $E_b/N_o = 13 \text{ dB}$  est adopté en 16QAM et la **Ref** à  $E_b/N_o = 18 \text{ dB}$  est choisie pour 64QAM. Une comparaison entre la stratégie proposée et des algorithmes existants (FSD, SD, ZF-OSIC) est réalisée. Il est montré que l'AES et la SAES réduisent effectivement la complexité de calcul en maintenant les performances quasi-ML. Des centaines de flops/symbole sont gagnés. Surtout, La SAES subit très peu de dégradation même s'il utilise un **Ref** fixe en permanence. L'emploi de SAES peut donc conduire à une réduction de la complexité. On peut tirer des conclusions similaires des Fig. 5.6-5.8 où le système comporte des réseaux d'antennes  $8 \times 8$ ,  $5 \times 5$  ou  $2 \times 2$ . En particulier, FSD est réalisé sous la forme FSD(1,  $\dots$ , 1, 4, 4) dans le  $8 \times 8$  système pendant la simulation, et dans le système  $5 \times 5$  ou  $2 \times 2$ , FSD est sous la forme FSD(1,  $\dots$ , 1, 4).



*Remarques 3 :*

1. Nous déduisons que AES et SAES, peuvent réaliser une détection quasi-ML avec des complexités plus faibles que le FSD et le SD. La SAES possède une complexité plus faible que AES, de plus, l'information sur  $E_b/N_o$  n'est pas nécessaire pour la SAES.
2. La matrice **Ref** servant de référence est obtenue par la simulation en utilisant 20000 réalisations de canaux. Pour chaque réalisation, un bloc comprenant  $48 \times N_T$  symboles est transmis en clair. Il est montré que ces **Ref** sont aussi efficaces pour la réalisation de canaux en considérant un bloc de plus grande taille, par exemple,  $200 \times N_T$ .
3. Le choix de  $K$  est un facteur très important, puisqu'il concerne le nombre de vecteurs candidats. Pendant la simulation,  $K = 2$  assure que AES (SAES) considère moins de vecteurs candidats que FSD( $1, 1, \dots, 1, M$ ). Le nombre maximal de vecteurs candidats est  $3^k \leq 3^K = 9$  pour l'expansion PE si le système est modulé en M-QAM ( $M > 4$ ), le nombre maximal est  $2^k \leq 2^K = 4$  si le système est modulé en QPSK. De plus, les additions de matrices (par exemple, les additions dans l'équation (3.26) et (3.25)) ne sont pas prises en compte dans le calcul des Flops dans les Fig. 5.5 et Fig. 5.7, parce qu'elles ne font pas augmenter sensiblement la charge de calcul.

## 5.7 Conclusion

Dans ce chapitre, en nous basant sur taux d'erreur binaire, nous avons proposé une stratégie adaptative pour la détection MIMO. Notre discussion commence par une analyse sur la relation entre la performance du ZF-OSIC (le taux d'erreur binaire) et la condition des canaux. Cette analyse montre qu'il suffit de prendre le ZF-OSIC pour obtenir d'excellentes performances si les canaux sont bien conditionnés. Au contraire, si les canaux sont mal conditionnés, le ZF-OSIC fournit des performances dégradées, et il faut envisager une expansion pleine. La stratégie pro-

---

posée dans ce chapitre est basée sur l'exploitation des propriétés des canaux et du signal, elle adopte une approche différente selon les conditions des canaux. L'expansion SE, PE, FE sont prises respectivement pour les canaux excellents, moyens, ou à évanouissements profonds. L'efficacité de la stratégie proposée est examinée par l'analyse analytique et la simulation de Monte-Carlo. Il est montré que la stratégie proposée peut réduire la complexité sensiblement en maintenant des performances quasi-optimales.



# Conclusion générale et travaux futurs

---

Au terme de ce travail de thèse, un bilan peut désormais être effectué en soulignant des principaux résultats obtenus ainsi que les perspectives de recherche future.

## Bilan

Les travaux présentés dans ce document se concentrent sur les techniques de détection du signal dans un système MIMO. Le domaine des applications visées est celui des télécommunications. Le but est d'améliorer les techniques de traitement d'antenne en termes de taux d'erreur binaire, de robustesse à la configuration de réseaux d'antennes et de complexité des calculs, afin d'augmenter la capacité et d'améliorer la qualité des systèmes MIMO. L'amélioration des techniques de détection passe par la prise en considération de la connaissance des propriétés des signaux et des propriétés des canaux. En particulier, les signaux réels possèdent des propriétés de non-circularité. Les techniques de traitement d'antenne exploitant cette propriété peuvent étendre l'estimation linéaire à l'estimation linéaire au sens large qui travaille sur le signal reçu et sur sa version complexe conjuguée.

Nous avons donc proposé dans cette thèse des techniques de détection qui permettent d'excellentes performances et des complexités acceptables en exploitant les propriétés statistiques des signaux et des canaux :

- Nous avons tout d'abord étudié les propriétés du signal non-circulaire, les détecteurs (EZF et EMMSE) utilisant la non-circularité ont été proposés. Ces détecteurs sont adoptés aux signaux non circulaires exclusivement, cependant, nous trouvons que les propriétés cachées du signal QPSK permettent d'appliquer EMMSE pour la détection du signal QPSK.

- Pour les signaux circulaires, le EZF et le EMMSE ne sont pas applicables, des mesures sont donc adoptées afin de rendre le signal reçu non-circulaire. Le EZF et le EMMSE peuvent alors être indirectement utilisés.
- Le FSD fournit des performances quasi-ML dans le cas de réseaux d'antennes  $N_R \geq N_T$ , mais ses performances se détériorent sensiblement lorsque  $N_R < N_T$ . Nous avons développé des algorithmes qui combleront cette lacune en exploitant les propriétés des canaux.
- Finalement, nous avons étudié des algorithmes adaptatifs qui peuvent choisir une stratégie propre d'expansion selon la condition des canaux. Les algorithmes proposés sont définis en exploitant conjointement les propriétés du signal et des canaux.

## Perspectives

La suite la plus directe qu'on peut donner à ce travail, est tout d'abord de valider expérimentalement l'ensemble des méthodes proposées, dans un milieu réaliste, où l'on peut réaliser ces méthodes en utilisant des FPGA ou des DSP embarquant les algorithmes proposés.

Parmi les perspectives que l'on peut donner, une modélisation plus fine ou du moins plus précise peut être proposée. En effet, dans notre étude, l'évaluation de  $\Delta$  dans le chapitre 3 peut être plus précise. De plus, le classement des canaux dans chapitre 5 pourrait être plus fine.

Un autre problème des systèmes de télécommunication, est la présence de multi-trajets. Dans le cas d'un système MIMO, la présence de multi-trajets fait augmenter sensiblement la complexité de détection. A cette occasion, la technologie MIMO-OFDM est alors adoptée pour lutter contre les évanouissements à multi-trajets. Il est aussi possible d'envisager une étude sur l'exploitation des propriétés statistiques des signaux par d'autres techniques de traitement d'antenne, par exemple, les méthodes d'égalisation, d'estimation de canaux ou de séparation de sources.

On sait que les signaux modulés numériquement possèdent tous une propriété de cyclostationnarité. Il est donc possible de tenter d'exploiter cette nouvelle propriété

pour encore améliorer les performances de détection.



# Démonstration pour l'équivalence entre minimisation de $\|\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x}\|$ et maximisation le SINR

---

C'est d'une grande aide de minimiser le SINR à la sortie du récepteur. Nous pouvons considérer le problème d'un point de vue de la formation de voie (beamforming). Au récepteur, on choisit le vecteur colonne qui maximise le SINR :

$$SINR = \frac{E[\mathbf{b}_i^H \mathbf{h}_i x_i x_i^* \mathbf{h}_i^H \mathbf{b}_i]}{E[\mathbf{b}_i^H \mathbf{v}_i \mathbf{v}_i^H \mathbf{b}_i]} \quad (\text{A.1})$$

À cette fin, on fixe le gain de  $x_i$ , et on minimise la puissance totale. Ce principe est décrit comme suit :

$$\begin{cases} \text{minimize : } E[\mathbf{b}_i^H \mathbf{y} \mathbf{y}^H \mathbf{b}_i] \\ \text{s.t. } \mathbf{b}_i^H \mathbf{h}_i = 1 \text{ or } \mathbf{h}_i^H \mathbf{b}_i = 1 \end{cases} \quad (\text{A.2})$$

Ce problème est bien connu comme formation de voie de Capon (Capon beamformer ou MVDR beamformer) [Capon 1967], [Capon 1969], la solution est donnée par :

$$\mathbf{b}_i = \frac{(P\mathbf{H}\mathbf{H}^H + \sigma^2\mathbf{I}_{N_R})^{-1}\mathbf{h}_i}{\mathbf{h}_i^H(P\mathbf{H}\mathbf{H}^H + \sigma^2\mathbf{I}_{N_R})^{-1}\mathbf{h}_i} \propto (P\mathbf{H}\mathbf{H}^H + \sigma^2\mathbf{I}_{N_R})^{-1}\mathbf{h}_i \quad (\text{A.3})$$

Selon le récepteur MMSE, l'estimation de  $x_i$  est donnée par  $\hat{x}_{i-MMSE} = \mathbf{g}_i^H \mathbf{y}$ . Le récepteur minimise l'erreur quadratique moyenne suivante :

$$\min L = E[|\hat{x}_{i-MMSE} - x_i|^2] \quad (\text{A.4})$$



$L$  s'exprime comme :

$$L = E[|\hat{x}_{i-MMSE} - x_i|^2] = \mathbf{g}_i^H E[\mathbf{y}\mathbf{y}^H] \mathbf{g}_i - \mathbf{g}_i^H E[\mathbf{y}x_i^*] - E[x_i\mathbf{y}^H] \mathbf{g}_i + E[x_i x_i^*] \quad (\text{A.5})$$

Afin de minimiser  $L$ , il faut annuler le gradient :

$$\nabla_{\mathbf{g}_i}^L = \mathbf{g}_i^H E[\mathbf{y}\mathbf{y}^H] - E[x_i\mathbf{y}^H] = 0 \quad (\text{A.6})$$

D'après nos hypothèses,  $E[\mathbf{x}\mathbf{x}^H] = P\mathbf{I}_{N_T}$ ,  $E[\mathbf{w}\mathbf{w}^H] = \sigma^2\mathbf{I}_{N_R}$ , nous avons

$$E[\mathbf{y}\mathbf{y}^H] = \mathbf{R}_y = P\mathbf{H}\mathbf{H}^H + \sigma^2\mathbf{I}_{N_R} \quad (\text{A.7})$$

$$E[x_i\mathbf{y}^H] = P\mathbf{h}_i^H \quad (\text{A.8})$$

Ainsi,  $\mathbf{g}_i$  est obtenu comme :

$$\mathbf{g}_i = (P\mathbf{H}\mathbf{H}^H + \sigma^2\mathbf{I}_{N_R})^{-1} P\mathbf{h}_i \propto (P\mathbf{H}\mathbf{H}^H + \sigma^2\mathbf{I}_{N_R})^{-1} \mathbf{h}_i \quad (\text{A.9})$$

Substituons l'équation (A.9) dans l'équation (A.5),  $L_{min}$  est donné par

$$L_{min} = -P\mathbf{h}_i^H \mathbf{R}_y^{-1} \mathbf{h}_i P + P \quad (\text{A.10})$$

Les récepteurs donnés par les formules (A.3) et (A.9) projettent le signal reçu dans la même direction. La seule différence est un coefficient. Par conséquent, ils ont le même SINR.

$$\max SINR = \frac{E[\mathbf{b}_i^H \mathbf{h}_i x_i x_i^* \mathbf{h}_i^H \mathbf{b}_i]}{E[\mathbf{b}_i^H \mathbf{v}_i \mathbf{v}_i^H \mathbf{b}_i]} = \frac{1}{\frac{\mathbf{b}_i^H \mathbf{R}_y \mathbf{b}_i}{P\mathbf{b}_i^H \mathbf{h}_i \mathbf{h}_i^H \mathbf{b}_i} - 1} = \frac{1}{\frac{1}{P\mathbf{h}_i^H \mathbf{R}_y^{-1} \mathbf{h}_i} - 1} \quad (\text{A.11})$$

En combinant l'équation précédente et l'équation (A.10), nous avons :

$$\max SINR = \frac{1}{\frac{1}{1 - \frac{L_{min}}{P}} - 1} \quad (\text{A.12})$$

L'équation (A.12) implique que la maximisation du SINR est équivalente à la minimisation de l'erreur quadratique moyenne,  $L$ .



# Bibliographie

- [A. 2002] Lozano A. et Papadias C. *Layered space-time receivers for frequency-selective wireless channels*. IEEE Trans. Commun., vol. 50, pages 65–73, 2002. (Cité en page 41.)
- [A. 2003] Paulraj A., Nabar R. et Gore D. In Introduction to space-time wireless communications. Cambridge University Press, 2003. (Cité en pages 42 et 45.)
- [Ajtai 1998] M. Ajtai. *The shortest vector problem in  $L_2$  is NP-hard for randomized reductions*. Proc. STOC'98, ACM, vol. 50, pages 96–09, 1998. (Cité en page 16.)
- [Artes 2003] H. Artes, D. Seethaler et F. Hlawatsch. *Efficient Detection Algorithms for MIMO Channels : A Geometrical Approach to Approximate ML Detection*. IEEE Trans. Signal Process., vol. 51, pages 2808–2820, 2003. (Cité en pages 36 et 37.)
- [Bahng 2007] S. Bahng, S. Shin et Y. O.Park. *ML Approaching MIMO Detection Based on Orthogonal Projection*. IEEE Commun. Lett., vol. 11, pages 474–476, 2007. (Cité en page 16.)
- [Barbero 2006a] L.G. Barbero et J.S. Thompson. *A Fixed-Complexity MIMO Detector Based on the Complex Sphere Decoder*. 7th IEEE Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications (SPAWC'06), Cannes, France, pages 1–5, 2006. (Cité en pages 28, 72, 93 et 96.)
- [Barbero 2006b] L.G. Barbero et J.S. Thompson. *FPGA design considerations in the implementation of a fixedthroughput sphere decoder for MIMO systems*. The International Conference on Field-Programmable Logic, FPL, 2006. (Cité en page 28.)
- [Barbero 2008] L.G. Barbero et J.S. Thompson. *Fixing the Complexity of the Sphere Decoder for MIMO Detection*. IEEE Trans. Wireless Commun., vol. 7, pages 2131–2142, 2008. (Cité en page 96.)
- [Benesty 2010] J. Benesty, C. Jingdong et H. Yiteng. *A widely linear distortionless filter for single-channel noise reduction*. IEEE Signal Process. Lett., vol. 17, page 469–C472, 2010. (Cité en page 31.)
- [Bogachev 1980] V. M. Bogachev et I. G. Kiselev. *Optimum combining of signals in space-diversity reception*. Telecommun. Radio Eng., vol. 34/35, pages 83–85, 1980. (Cité en pages 18 et 80.)
- [Bölcskei 2002] H. Bölcskei et R.W. Heath. *blind channel identification and equalization in OFDM-based multi-antenna systems*. IEEE Trans. signal process., vol. 50, pages 96–09, 2002. (Cité en page 16.)
- [Buzzi 2009] S. Buzzi, H. V. Poor et A. Zappone. *Widely-linear filtering and noncooperative transceiver optimization in wireless data networks*. GameNets'09, Istanbul, Turkey, pages 251–258, 2009. (Cité en page 31.)

- [Cacciapuoti 2008] A. S. Cacciapuoti, G. Gelli, L. Paura et F. Verde. *Finite-sample performance analysis of widely linear multiuser receivers for DS-CDMA systems*. IEEE Trans. signal process., vol. 56, pages 1572–1588, 2008. (Cité en page 31.)
- [Cacciapuoti 2009] A. S. Cacciapuoti, G. Gelli, L. Paura et F. Verde. *Widely linear versus linear blind multiuser detection with subspace-based channel estimation : finite sample-size effects*. IEEE Trans. signal process., vol. 57, pages 1426–1443, 2009. (Cité en page 31.)
- [Capon 1967] J. Capon, R. J. Greenfield et R. J. Kolker. *Multidimensional maximum likelihood processing of a large aperture seismic array*. Proc. IEEE, vol. 55, pages 191–211, 1967. (Cité en page 111.)
- [Capon 1969] J. Capon. *High resolution frequencywave number spectrum analysis*. Proc. IEEE, vol. 57, pages 1408–1418, 1969. (Cité en page 111.)
- [Chargé 2001] P. Chargé, Y. Wang et J. Saillard. *A non-circular sources direction finding method using polynomial rooting*. Signal Processing, pages 1765–1770, 2001. (Cité en pages 31 et 32.)
- [Chevalier 2007] P. Chevalier et A. Blin. *Widely Linear MVDR Beamformers for the Reception of an Unknown Signal Corrupted by Noncircular Interferences*. IEEE Trans. Signal Process., vol. 55, pages 5323–5336, 2007. (Cité en pages 16, 31 et 32.)
- [Chevalier 2009] P. Chevalier, J.P.Delmas et A.Oukaci. *Optimal widely linear MVDR beamforming for noncircular signals*. Proc. IEEE Int. Conf. Acoustic, Speech, Signal Processing, Tapei, Taiwan, pages 3573–3576, 2009. (Cité en page 31.)
- [Dick 2009] C. Dick et M. Trajkovic. *FPGA Implementation of a Near-ML Sphere Detector for 802.16e Broadband Wireless Systems, Park*. Proceedings of the SDR '09 Technical Conference and Product Exposition, 2009. (Cité en page 28.)
- [D.Tse 2007] D.Tse. In Fundamentals of wireless communication, pages 357–362. Cambridge, 2007. (Cité en pages 12, 13, 20, 36, 59 et 91.)
- [E.Viterbo 1999] E.Viterbo et J. Boutros. *A universal lattice code decoder for fading channels*. IEEE Trans. Info. Theory., vol. 45, pages 1639–1642, 1999. (Cité en page 24.)
- [Fincke 1985] U. Fincke et M. Pohst. *Improved methods for calculating vectors of short length in a lattice, including a complexity analysis*. Math. Comput., vol. 44, no. 170, pages 463–471, 1985. (Cité en page 24.)
- [Foschini 1996] G. J. Foschini. *Layered Space-Time Architecture for Wireless Communication in a Fading Environment When Using Multiple Antennas*. Bell Laboratories Technical Journal, vol. 1, pages 41–59, 1996. (Cité en pages 11 et 14.)

- [Foschini 1998] G. J. Foschini et M. J. Gans. *On Limits of Wireless Communications in a Fading Environment When Using Multiple Antennas*. Wireless Personal Communications, vol. 6, pages 311–335, 1998. (Cité en pages 11 et 14.)
- [Gao 1998] H. Gao, P. J. Smith et M. V. Clark. *Theoretical reliability of MMSE linear diversity combining in Rayleigh-fading additive interference channels*. IEEE J. Sel. Areas commun., vol. SAC-2, pages 528–539, 1998. (Cité en page 18.)
- [Gelli 2000] G. Gelli, L. Paura et A. R. P. Ragozini. *Blind widely linear multiuser detection*. IEEE Commun. Lett., vol. 4, pages 187–189, 2000. (Cité en page 31.)
- [Gerstacker 2003] W. H. Gerstacker, R. Schober et A. Lampe. *Receivers with widely linear processing for frequency-selective channels*. IEEE Trans. Commun., vol. 51, pages 1512–1523, 2003. (Cité en page 31.)
- [Groetschel 1993] Groetschel et Schrijver Lovász. In Geometric Algorithms and Combinatorial Optimization. Springer-Verlag, 1993. (Cité en pages 16 et 18.)
- [H. 2006] Boelcskei H. et Gesbert D. In Space-Time Wireless Systems : from array processing to MIMO communications. Cambridge University Press, 2006. (Cité en pages 17 et 43.)
- [Hassibi 2000] B. Hassibi. *An efficient square-root algorithm for BLAST*. Proc. IEEE Int. Conf. Acoustic, Speech, Signal Processing, Istanbul, vol. 55, pages 5–9, 2000. (Cité en page 20.)
- [Hassibi 2005] B. Hassibi et H. Vikalo. *On the Sphere-Decoding Algorithm I. Expected complexity*. IEEE Trans. Signal Process., vol. 53, pages 2806–2818, 2005. (Cité en pages 16, 17 et 24.)
- [Huang 2005] Y. Huang, J. Zhang et P. M. Djuric. *Bayesian Detection for BLAST*. IEEE Trans. on signal process., vol. 53, pages 1086–1096, 2005. (Cité en page 16.)
- [I.Barhumi 2003] I.Barhumi, G. Leus et M. Moonen. *Optimal training design for MIMO OFDM systems in mobile wireless channels*. IEEE Trans. Signal Process., vol. 51, pages 1615–1624, 2003. (Cité en page 15.)
- [Jalden 2005] J. Jalden et B. Otterstene. *On the complexity of sphere decoding in digital communications*. IEEE Trans. on signal process., vol. 53, pages 1474–1484, 2005. (Cité en page 65.)
- [Jalden 2007] J. Jalden, L. G. Barbero, B. Ottersten et J. S. Thompson. *Full Diversity Detection in MIMO Systems with a Fixed-Complexity Sphere Decoder*. ICASSP '07, Honolulu, Hawaii, USA, April, 2007. (Cité en pages 65, 98 et 99.)
- [J.Campello 1998] J.Campello. *Optimal discrete bit loading for multicarrier modulation systems*. IEEE Int. Symp. on Information Theory, Cambridge, MA, USA, pages 191–211, 1998. (Cité en page 15.)

- [Jia 2006] Y. Jia, C.M.Vithanage, C. Andrieu et R.J. Piechocki. *Probabilistic data association for symbol detection in MIMO systems*. Electronics Letters, vol. 42, pages 38–40, 2006. (Cité en page 16.)
- [Kannan 1983] R. Kannan. *Improved Algorithms for Integer Programming and Related Lattice Problems*. ACM Symposium on Theory of Computing, pages 193–206, 1983. (Cité en page 24.)
- [L. 2006] Milliner. D. L. et Zimmermann. E. *A Fixed-Complexity Smart Candidate Adding Algorithm for Soft-Output MIMO Detection*. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, vol. 3, no. 1016-1025, 2006. (Cité en page 28.)
- [Lee 2007] K. Lee et J. Chun. *ML Symbol Detection Based on the Shortest Path Algorithm for MIMO Systems*. IEEE Trans. Signal Process., vol. 55, pages 5477–5484, 2007. (Cité en page 16.)
- [M. 2004] Magarini M. et Spalvieri A. *A suboptimal detection scheme for MIMO systems with non-binary constellations*. Proc. IEEE PIMRC, Spain, vol. 54, no. 3, pages 1579– 1582, 2004. (Cité en pages 16 et 43.)
- [Negi 1998] R. Negi et J. Cioffi. *Pilot tone selection for channel estimation in a mobile OFDM system*. IEEE Trans. Consum. Electron., vol. 44, pages 1112–1128, 1998. (Cité en page 15.)
- [Ohno 2001] S. Ohno et G. B. Giannakis. *Optimal training and redundant precoding for block transmissions with applications to wireless OFDM*. Proc. IEEE ICASSP, Salt Lake City, UT, vol. 44, pages 2389–2392, 2001. (Cité en page 15.)
- [Olivier 2007] J. C. Olivier et W. Kleynhans. *Single antenna interference cancellation for synchronised GSM networks using a widely linear receiver*. IET Commun., vol. 1, pages 131–136, 2007. (Cité en page 31.)
- [P. 2006] Chevalier P. et Pipon F. *New insights into optimal widely linear array receivers for the demodulation of BPSK, MSK and GMSK signals corrupted by noncircular interferences-application to SAIC*. IEEE Trans. Signal Process., vol. 54, no. 3, pages 870–883, 2006. (Cité en pages 16, 31 et 42.)
- [Persson 2011] D. Persson et E. G. Larsson. *Partial marginalization soft MIMO detection with higher order constellations*. IEEE Trans. on signal process., vol. 59, pages 453–458, 2011. (Cité en page 16.)
- [Picinbono 1994] B. Picinbono. *On circularity*. IEEE Trans. signal process., vol. 42, pages 3473–3482, 1994. (Cité en page 31.)
- [Picinbono 1995] B. Picinbono et P. Chevalier. *Widely linear estimation with complex data*. IEEE Trans. signal process., vol. 43, pages 2030–2033, 1995. (Cité en page 31.)
- [Pohst.M 1981] Pohst.M. *On the computation of lattice vectors of minimal length, successive minima and reduced basis with applications*. ACM SIGSAM, pages 37–44, 1981. (Cité en page 24.)

- [S.C.Douglas 2010] S.C.Douglas. *Widely linear recursive least-square algorithm for adaptive beamforming*. Proc. IEEE Int. Conf. Acoustic, Speech, Signal Processing, Tapei, Taiwan, pages 2041–2044, 2010. (Cité en page 31.)
- [Shannon 1948] C.E. Shannon. *A Mathematical Theory of Communication*. Bell System Technical Journal, vol. 27, no. 170, pages 379–C423, 623–C656, 1948. (Cité en page 13.)
- [Telatar 1995] E. Telatar. *Capacity of multi-antenna gaussian channels*. Technical Report, ATT Bell Labs, 1995. (Cité en page 15.)
- [Tseng 2005] S. M. Tseng et H. L. Lee. *An Adaptive Partial Parallel Multistage Detection for MIMO Systems*. IEEE Trans. Commun., vol. 53, 2005. (Cité en page 16.)
- [Tüchler 2002] M. Tüchler, A. Singer et R. Koetter. *Minimum mean squared error equalization using a priori information*. IEEE Trans. on signal process., vol. 50, pages 673–683, 2002. (Cité en page 16.)
- [Vikalo 2005] H. Vikalo et B. Hassibi. *On the Sphere-Decoding Algorithm II. Generalizations, second-order statistics, and applications to communications*. IEEE Trans. signal process., vol. 53, pages 2819–2834, 2005. (Cité en page 25.)
- [Winters 1984] J. H. Winters. *Optimum combining in digital mobile radio with co-channel interference*. IEEE J. Select. Areas Commun., vol. SAC-2, pages 528–539, 1984. (Cité en pages 18 et 80.)
- [Wolniansky 1998] P. W. Wolniansky, G. J. Foschini et G. D. Golden et al. *V-BLAST : an architecture for realizing very high data rates over the rich-scattering wireless channel*. Proc. ISSSE, Pisa, Italy, pages 295–300, 29 Sept.-2 Oct. 1998. (Cité en pages 19, 20, 36, 73, 93, 96 et 98.)
- [Wu 2009] X. Wu et J.S. Thompson. *Accelerated sphere decoding for multiple-input multiple-output systems using an adaptive statistical threshold*. IET signal processing, vol. 3, pages 433–444, 2009. (Cité en page 28.)
- [Xiong 2009] C. Xiong, X. Zhang, K. Wu et D. Yang. *A simplified fixed-complexity sphere decoder for V-BLAST systems*. IEEE Commun. Lett, vol. 13, pages 582–584, 2009. (Cité en page 28.)
- [Y.Ding 2010a] Y.Ding, Y.Wang et J.F.Diouris. *Robust fixed complexity sphere decoder*. IEEE GLOBECOM, Miami, Florida, USA, 2010. (Cité en page 74.)
- [Y.Ding 2010b] Y.Ding, Y.Wang et J.F.Diouris. *Widely linear detector for QAM MIMO system*. European Signal Processing Conference (EUSIPCO), Aalborg, Denmark., 2010. (Cité en page 60.)
- [Y.Ding 2011a] Y.Ding, Y.Wang et J.F.Diouris. *Adaptive MIMO detection algorithm by jointly exploiting the properties of signal and channel*. IEEE ICASSP, Prague, Czech Republic, 2011. (Cité en pages 97 et 98.)
- [Y.Ding 2011b] Y.Ding, Y.Wang et J.F.Diouris. *Efficient detection algorithms for MIMO systems by exploiting the non circularity of transmitted signal source*. IET signal processing, vol. 5, pages 180–186, 2011. (Cité en page 33.)



- [Y.Ding 2011c] Y.Ding, Y.Wang et J.F.Diouris. *Simplified robust fixed complexity sphere decoder*. European Signal Processing Conference (EUSIPCO), Barcelona , Spain, 2011. (Cité en page 76.)
- [Zhou 2001] S. Zhou et G. B. Giannakis. *Finite-alphabet based channel estimation for OFDM and related multicarrier systems*. IEEE Trans. Commun., vol. 49, pages 1402–1414, 2001. (Cité en page 16.)

---

**Résumé :**

Les travaux présentés dans ce document se concentrent sur les techniques de détection du signal dans un système MIMO. Le domaine des applications visées est celui de télécommunications. Le but est d'améliorer les performances du système MIMO en termes de taux d'erreur binaire, de robustesse à la configuration de réseaux d'antennes et de complexité de calcul. L'originalité de cette thèse réside dans l'exploitation des propriétés des signaux et des propriétés des canaux. Les signaux utilisés dans les systèmes de télécommunications possèdent certaines caractéristiques inhérentes liées à leur structure et leur modulation. De plus, pour les canaux à évanouissements aléatoires, l'évanouissement pour chaque sous-canal est différent. Partons de ce constat, nous proposons dans ce travail de thèse plusieurs méthodes originales de détection en exploitant la caractéristique non-circulaire ou les propriétés des canaux. Finalement, une méthode adaptative est proposée en exploitant conjointement des propriétés des signaux et des canaux. Des simulations sont présentées afin de montrer le bénéfice apporté par chacune des méthodes proposées.

**Mots clé :** Traitement d'antenne, Télécommunications numériques, MIMO, Détection, Non-circularité, Traitement linéaire au sens large, Forçage à zéro, Minimisation d'erreur quadratique moyenne

---

---

## **Performance improvements in MIMO communication systems by exploiting the statistical properties of communication signal**

### **Abstract :**

In this thesis, we focus our work on the signal detection in MIMO systems which is a widely studied topic in telecommunications. The main objective of this thesis is to improve the performances of MIMO systems in terms of bit error rate, complexity and robustness. The original contribution of this work consists in the exploitation of the properties of the transmitted signal or channel. In fact, the signals employed in telecommunication systems have several properties due to their structures and modulations, and the channel fading is different for each sub-channel. This is the start point and motivation for this work. We have proposed several original detection methods in this thesis, some of them exploit the signal properties and the others take advantage of the channel properties. Finally, an adaptive detector is proposed by jointly exploiting the properties of signal and channel. Simulation results are presented to show the improvement achieved by the proposed methods, in comparison with the conventional methods which do not use the properties of signal or channel.

**Keywords :** Array signal processing, Digital communication, MIMO, Non circularity, ZF, MMSE, OSIC, Widely linear filtering

---